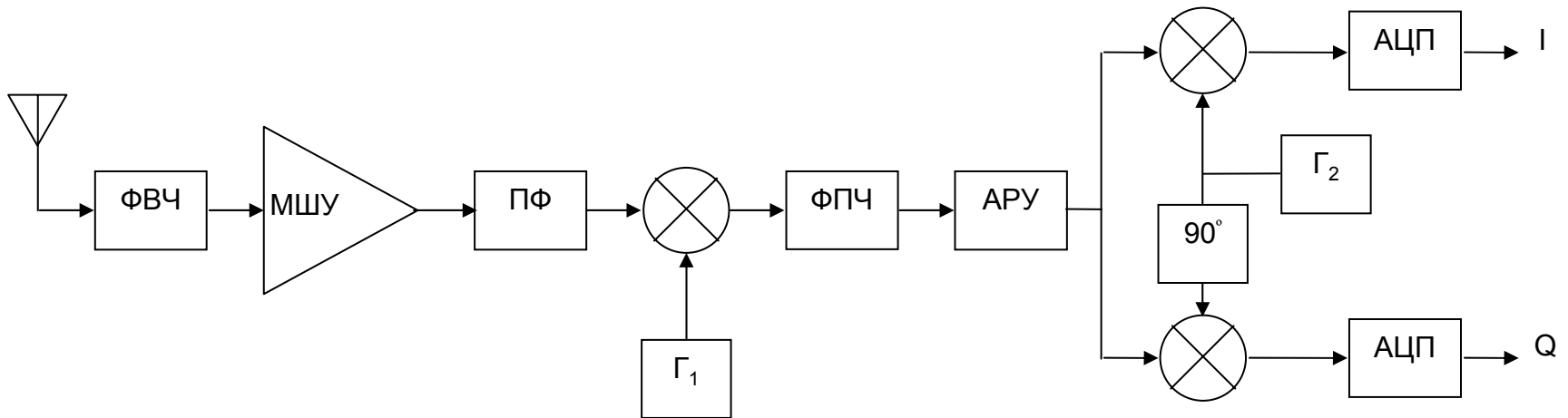


# Шумы и помехи в радиоканалах: определения и проблемы

# Архитектуры цифровых радиоприемников

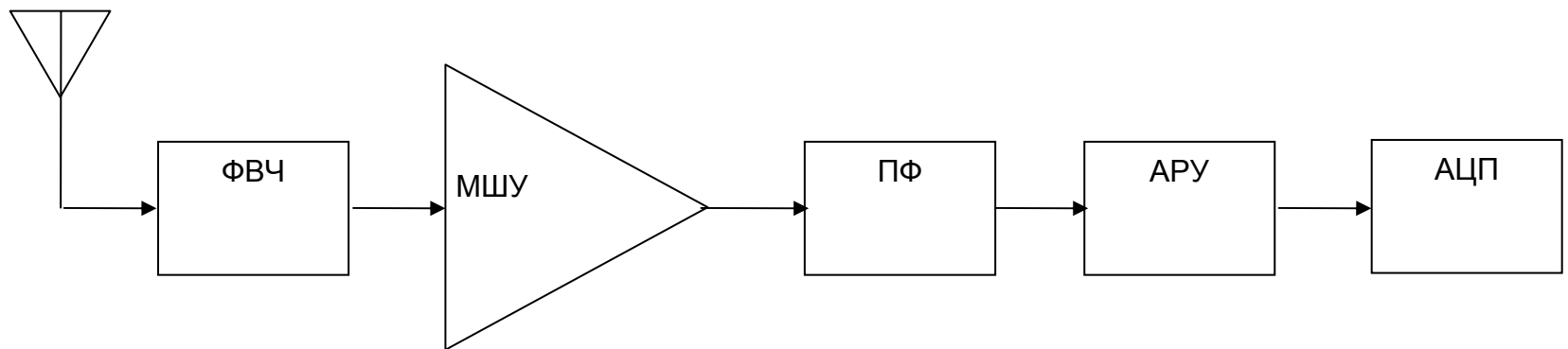
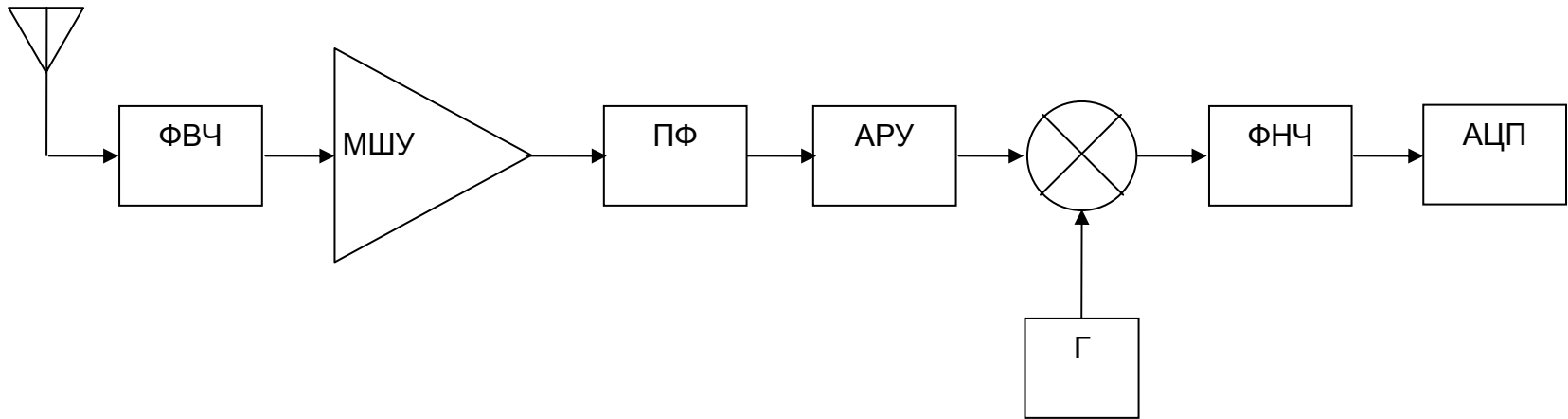
- приемник гетеродинного типа



Комбинационные каналы

$$f_{ККП} = \left| \frac{pf_2 \pm f_{ПЧ} \pm 1/2\Delta f_{ПЧ}}{q} \right|$$

# приемники прямого преобразования и прямого усиления



## Характеристики, определяющие динамический диапазон цифрового радиоприемника

- Полный динамический диапазон  $DR_{total}$  является разницей между максимальным  $P_{max}$  и минимально-обнаружимым  $MDS$  сигналом на входе приемника, т.е.
- $DR_{total} \text{ дБ} = P_{max} \text{ дБ} - MDS \text{ дБ}$ .
- Уровень минимально-обнаружимого сигнала  $MDS$  определяется собственными шумами приемника, а величина  $P_{max}$  – уровнем допустимых нелинейных искажений.

# Собственные шумы

- Внутренние шумы радиоприемников обусловлены флуктуациями напряжений и токов в усилительных элементах, а также электрическими флуктуациями в резисторах и активных составляющих комплексных сопротивлений. Основное значение имеет шум, действующий во входных каскадах радиоприемника, поскольку он подвергается наибольшему усилению.
- Любое активное сопротивление  $R$  является источником теплового (широкополосного нормального) шума. Дисперсия напряжения этого шума в некоторой полосе частот  $\Delta F$  равна

$$\overline{V_n^2} = 4kTR\Delta F \quad P = \frac{\overline{V_n^2}}{4R} = kT\Delta F$$

Здесь  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К,  $T$  – абсолютная температура, К. Данное выражение справедливо для широкого диапазона частот, начиная от самых низких до частот порядка  $10^{12}$  Гц.

- Еще одним источником шума цифровых радиоприемников является АЦП, который производит как тепловой шум, так и шумы квантования. Мощность шума квантования  $N$ -разрядного АЦП в приближении равномерного распределения ошибок квантования

$$P_{кв} = \frac{V_{FS}}{2^N \sqrt{12}}$$

где  $V_{FS}$  – полный диапазон напряжений аналогового сигнала АЦП.

- Фундаментальной характеристикой собственных шумов отдельных элементов радиоприемника, а также радиоприемного каскада в целом, является коэффициент шума  $NF$ , определяемый как отношение сигнал-шум на входе  $SNR_{вх}$  к отношению сигнал-шум на выходе  $SNR_{вых}$

$$NF = \frac{SNR_{вх}}{SNR_{вых}} = \frac{P_{с,вх} / P_{ш,вх}}{P_{с,вых} / P_{ш,вых}}$$

- В отсутствии внутренних шумов отношения сигнал-шум на выходе и входе одинаковы и  $NF = 1$ . Коэффициент шума приемника  $NF_{пр}$  через коэффициенты шумы его отдельных каскадов  $NF_i$  вычисляется по формуле Фрииса

$$NF_{пр} = 1 + (NF_1 - 1) + \frac{NF_2 - 1}{G_1} + \frac{NF_3 - 1}{G_1 G_2} + \frac{NF_4 - 1}{G_1 G_2 G_3} + \dots$$

где  $G_i$  – коэффициент усиления по мощности каждого каскада.



- Шум на выходе отдельного каскада  $P_i$ , для которого известны мощность шума на входе  $P_{i-1}$ , коэффициент шума  $NF_i$  и коэффициент усиления  $G_i$

$$P_i \text{ дБ} = P_{i-1} \text{ дБ} + NF_i \text{ дБ} + G_i \text{ дБ}.$$

- Таким образом, зная коэффициент шума приемника  $NF_{пр}$ , можно вычислить чувствительность приемника  $S$ , которая определяет минимально различимый уровень сигнала для требуемого демодулятором отношения сигнал-шум  $SNR_{треб}$

$$S \text{ дБ} = 10 \log(kT\Delta F) + NF_{пр} \text{ дБ} + SNR_{треб} \text{ дБ}.$$

# Нелинейные искажения

- Искажения сигнала в радиочастотном тракте приемника обусловлены нелинейностью его отдельных компонентов, которые достаточно часто моделируются безынерционным нелинейным преобразованием вида

$$s_{\text{вых}} = a_0 + \sum_{n=1}^m a_n s_{\text{вх}}^n$$

где  $s_{\text{вых}}$  и  $s_{\text{вх}}$  – сигналы на выходе и входе нелинейного устройства,

$a_n, n = 0, 1, \dots, m$  – постоянные коэффициенты,

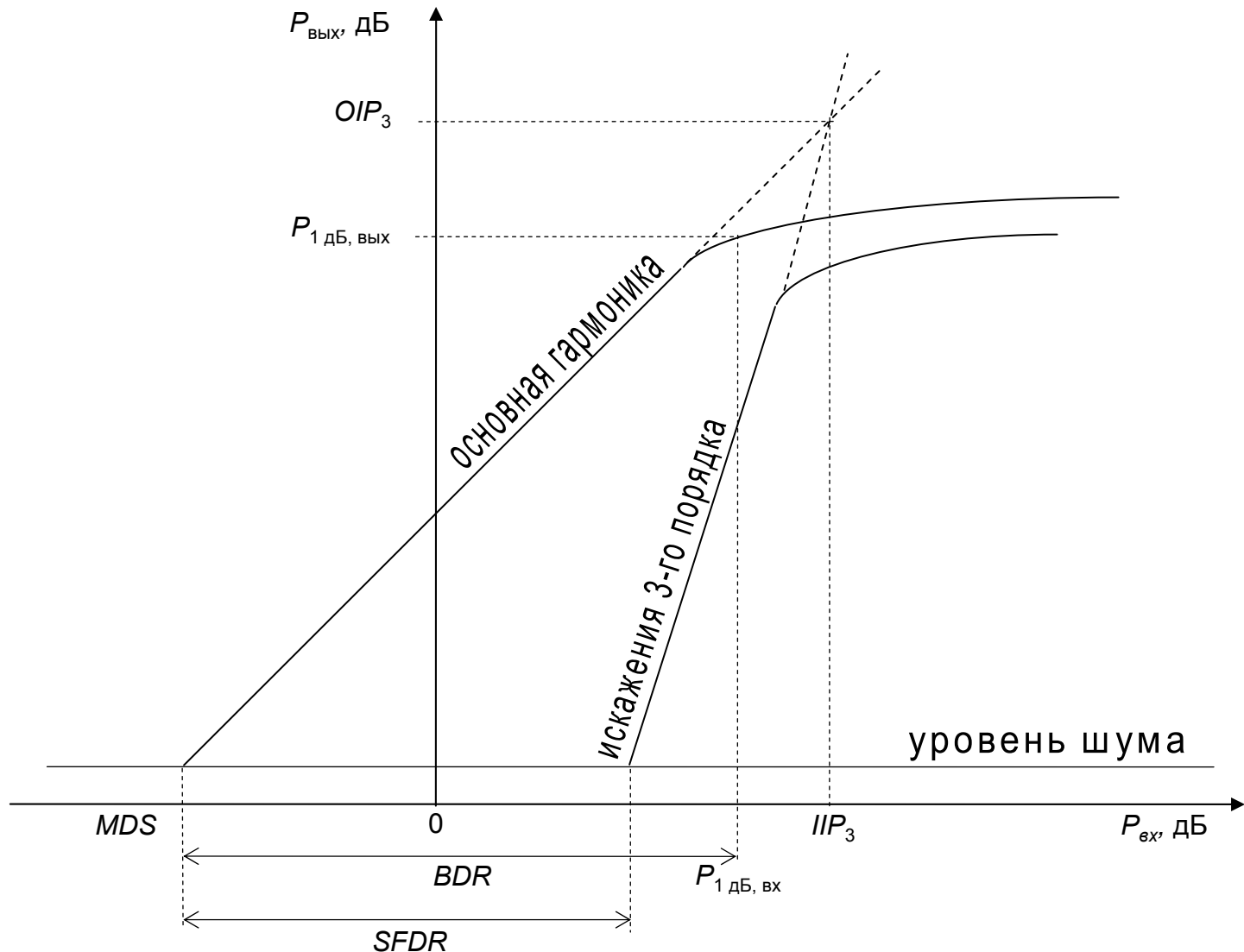
где  $m$  – степень полинома, аппроксимирующего нелинейность.

- Для реальных приемников существует предел линейного увеличения мощности основной гармоники на выходе при увеличении мощности сигнала на входе. Его можно охарактеризовать **точкой компрессии мощности на 1 дБ по входу**. Эта точка равна мощности сигнала на входе, при которой разница между экстраполированной линейной и реальной зависимостями мощности основной гармоники от мощности сигнала на входе составляет 1 дБ. Точка компрессии мощности на 1 дБ по входу  $P_{1 \text{ дБ, вх}}$  позволяет определить динамический диапазон по блокированию

$$BDR \text{ дБ} = P_{1 \text{ дБ, вх}} \text{ дБ} - MDS \text{ дБ},$$

где минимально обнаружимый уровень сигнала  $MDS$  равен уровню мощности шума радиоприемника.

Величина верхней границы динамического диапазона по блокированию может выбираться отличной от точки компрессии на 1 дБ в зависимости от выбранного критерия порога, при котором наступает блокирование.



- Диаграмма соотношения мощности искажений третьего порядка и основной гармоники;  $MDS$  – минимально обнаружимый уровень сигнала;  $SFDR$  – динамический диапазон свободный от искажений;  $BDR$  – динамический диапазон по блокированию

- Если продолжить линейную зависимость мощности гармонических искажений третьего порядка до пересечения с экстраполированной линейной зависимостью мощности основной гармоники получится еще одна характеристика нелинейных искажений, называемая **точкой пересечения гармонических искажений третьего порядка**, отнесенная ко входу  $IIP_3$  или выходу  $OIP_3$ . Эта характеристика позволяет определить динамический диапазон свободный от гармонических искажений

$$SFDR \text{ дБ} = 2/3 IIP_3 \text{ дБ} - MDS \text{ дБ}.$$

- Кроме гармоник третьего порядка динамический диапазон широкополосного радиоприемника могут ограничивать гармоники второго порядка. Точка пересечения гармонических искажений второго порядка  $IIP_2$  и  $OIP_2$  находится аналогично.
- Эффекты нелинейных искажений носят накопительный характер. Для узкополосных гармонических сигналов можно вычислить точку пересечения гармонических искажений каскада в целом

$$\frac{1}{IIP_{\text{полный}}} = \frac{1}{IIP_1} + \frac{G_1}{IIP_2} + \frac{G_1 G_2}{IIP_3} + \dots + \frac{G_1 G_2 \dots G_{n-1}}{IIP_n}$$

## Нелинейные эффекты во входных цепях, приводящие к ухудшению показателей приема

- На практике особое значение имеют нелинейные эффекты, при которых на вход приемника одновременно поступают полезный и мешающий сигналы.
- Достаточно интенсивные мешающие сигналы могут привести к появлению эффектов интермодуляции, блокирования, перекрестной модуляции.
- Перекрестная модуляция, интермодуляция и блокирование, могут приводить к появлению побочных каналов приема.

- Блокирование проявляется в уменьшении усиления полезного сигнала во входном тракте приемника, вызванном действием интенсивного мешающего сигнала, частота которого находится вне полосы основного канала приема.
- Перекрестная модуляция – процесс модуляции полезного сигнала мешающим интенсивным сигналом, действующим вне полосы основного канала приема.
- Интермодуляция обусловлена действием двух или более интенсивных мешающих сигналов в неосновных каналах приема и проявляется как мешающий сигнал в основном канале приема.



# Расчет энергетического бюджета канала

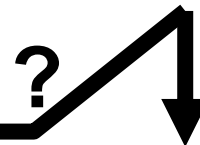
$$P_{Rx} = P_{tx} + G_t + G_R - L - A,$$

где  $P_{Rx}$ ,  $P_{tx}$  – принимаемая и передаваемая мощность,  
 $G_t$ ,  $G_R$  – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн,  
 $L$  – потери на распространение радиоволн,  
 $A$  – прочие потери.

- Диапазон  $P_{Rx}$  должен быть меньше  $DR_{total}$
- Отношение энергии сигнала к спектральной плотности мощности шума на входе приемника должно быть больше минимально допустимого значения

$$SNR > SNR_{\text{треб}}$$

Как определить  $SNR_{\text{треб}}$  ?



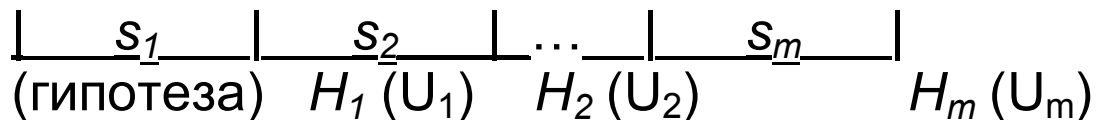
# Прием сигналов как статистическая задача проверки гипотез

**Модель:** канал передачи дискретных сообщений с постоянными параметрами и аддитивным независимым стационарным гауссовым белым шумом

$$u(t) = s_r(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T$$

{Множество реализаций  $u(t)$ }

(сигнал)



Способ разбиения определяется:

априорным распределением сообщений -  $w(r)$ ,

функциями правдоподобия -  $w(\mathbf{u}|\mathbf{H}_r)$

и функцией потерь –  $c(i, k) = \{c_{i,k}\}$

При **полностью** известных сигналах  $s_r(t)$

функции правдоподобия определяются  $w(\mathbf{n})$ .

Определим **правило** принятия решений, **минимизирующее средний риск** (критерий Байеса):

$$\text{При } m=2 \quad c = c_1 p(H_1) + c_2 p(H_2)$$

$$c_1 = c_{12} p_{ош}(H_2|H_1) + c_{11} [1 - p_{ош}(H_2|H_1)]$$

$$c_2 = c_{21} p_{ош}(H_1|H_2) + c_{22} [1 - p_{ош}(H_1|H_2)]$$

$$p_{ош}(H_2|H_1) = \int_{U_2} w(\mathbf{u}|H_1) d\mathbf{u}$$

$$p_{ош}(H_1|H_2) = \int_{U_1} w(\mathbf{u}|H_2) d\mathbf{u}$$

$$w(\mathbf{u}|H_1) / w(\mathbf{u}|H_2) = \Lambda(\mathbf{u}) \geq \Lambda_0 \rightarrow H_1$$

$$\Lambda(\mathbf{u}) < \Lambda_0 \rightarrow H_2$$

$$\Lambda_0 = (c_{22} - c_{24}) p(H_2) / (c_{11} - c_{12}) p(H_1)$$

При  $m > 2$  -  $(m-1)$  неравенств:

$$w(\mathbf{u}|H_L) / w(\mathbf{u}|H_r) = \Lambda_{Lr}(\mathbf{u}) \geq \Lambda_{Lr0} \rightarrow H_L, r \neq l,$$

$$r = 1, \dots, m$$

Для простой функции потерь:

$$c_{Lr} = \text{const}, \quad l, r = 1, \dots, m; \quad l \neq r$$

$$c_{Lr} = 0, \quad l, r = 1, \dots, m; \quad l = r$$

$\Lambda_0 = p(H_2)/p(H_1)$  – критерий идеального  
наблюдателя (по Котельникову),

для  $m=2$  совпадает с критерием минимума  
средней вероятности ошибки.

Для равных априорных вероятностей  $\Lambda_0 = 1$

- критерий максимума отношения правдоподобия

Вычислим отношение правдоподобия

$n(t) = u(t) - s_r(t)$ . На интервале  $0 < t < T$ :

$$n(t) = \sum_{k=1}^M n_k \varphi_k(t), \quad n_k = \int_0^T n(t) \varphi_k(t) dt,$$

$$u(t) = \sum_{k=1}^M u_k \varphi_k(t), \quad u_k = \int_0^T u(t) \varphi_k(t) dt,$$

$$s_r(t) = \sum_{k=1}^M s_{rk} \varphi_k(t), \quad s_{rk} = \int_0^T s_r(t) \varphi_k(t) dt,$$

$$\int_0^T R(t_2 - t_1) \varphi_k(t_2) dt_2 = \sigma_k^2 \varphi_k(t_1). \quad R(\tau) = \left( \frac{N_0}{2} \right) \delta(\tau)$$

$\varphi_k(t)$  – любые ортогональные на  $T$ ,  $\sigma_k^2 = N_0/2$

$$w(\mathbf{n}) = (\sqrt{2\pi})^{-M} \sum_{k=1}^M \sigma_k^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \frac{n_k^2}{\sigma_k^2}\right)$$

$$\begin{aligned} \Lambda^{(M)} &= w(\mathbf{u}|H_1)/w(\mathbf{u}|H_2) = \\ &= \frac{\exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \frac{(u_k - s_{1k})^2}{\sigma_k^2}\right]}{\exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \frac{(u_k - s_{2k})^2}{\sigma_k^2}\right]} \end{aligned}$$

При  $M \rightarrow \infty$  получим функционал отношения правдоподобия  $\Lambda(\mathbf{u})$ ,

$$\ln \Lambda(\mathbf{u}) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{u_k}{\sigma_k^2} (s_{1k} - s_{2k}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} (s_{1k}^2 - s_{2k}^2) / \sigma_k^2$$

# Когерентная обработка сигналов

## АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ДЕМОДУЛЯТОРА

полностью известный сигнал - когерентная обработка

$$\int_0^T u(t) s_r(t) dt = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} u_k s_{rl} \int_0^T \varphi_k(t) \varphi_l(t) dt = \sum_{k=1}^{\infty} u_k s_{rk}$$

$$\ln \Lambda(\mathbf{u}) = \frac{2}{N_0} \int_0^T u(t) [s_1(t) - s_2(t)] dt - \frac{1}{N_0} \left[ \int_0^T s_1^2(t) dt - \int_0^T s_2^2(t) dt \right]$$

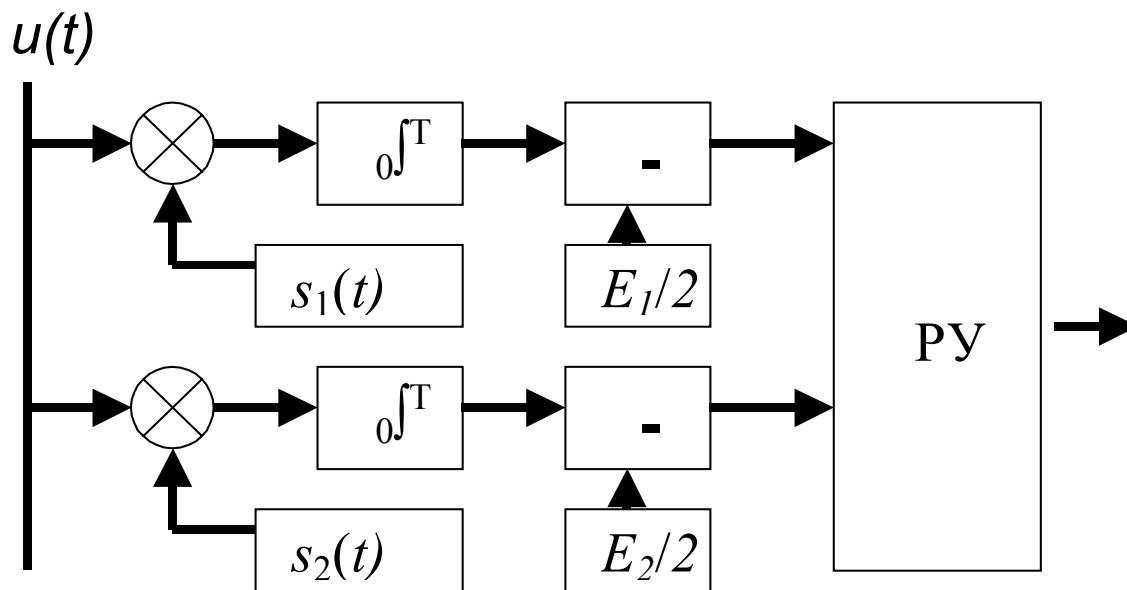
Для  $\Lambda_0=1$  примем решение  $s_1$ , если

$$q = \int_0^T u(t) [s_1(t) - s_2(t)] dt \geq \frac{(E_1 - E_2)}{2}$$

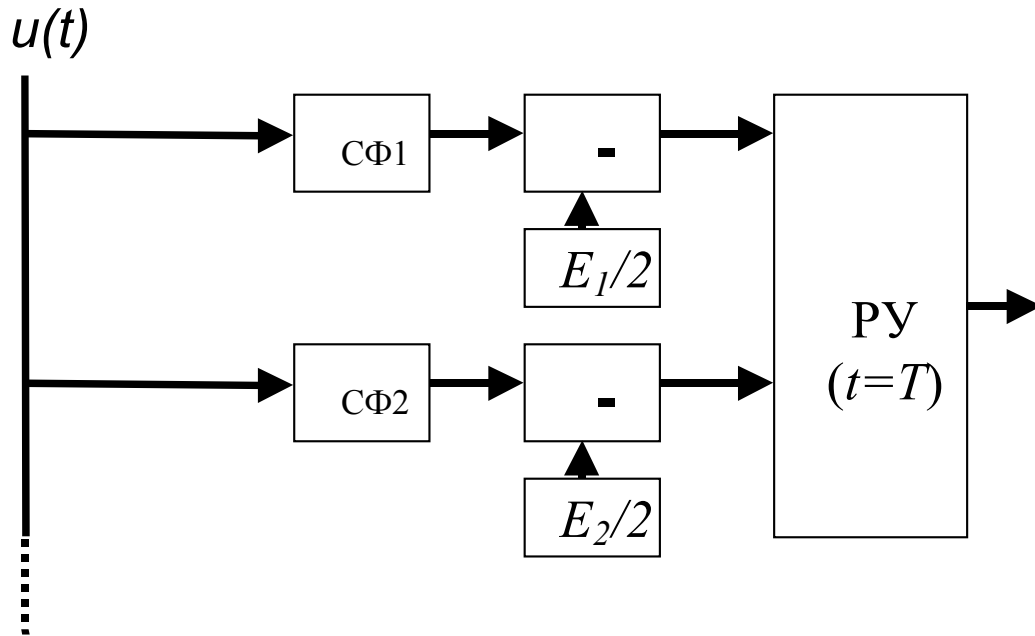
Для  $m > 2$  получим  $(m-1)$  неравенств:

$$\int_0^T u(t) s_l(t) dt - \frac{E_l}{2} \geq \int_0^T u(t) s_r(t) dt - \frac{E_r}{2}, \quad l, r = 1, \dots, m;$$





*Корреляционная схема*



*Схема с согласованными фильтрами*

$$q_i(t) = a \int_0^t u(t - \tau) s_i(T - \tau) d\tau$$

$$q_i(T) = a \int_0^T u(t) s_i(t) dt$$

## Потенциальная помехоустойчивость двоичных СПИ

Характеристика:  $p_{ош} = p_1 p_{ош}(s_2|s_1) + p_2 p_{ош}(s_1|s_2)$ ,

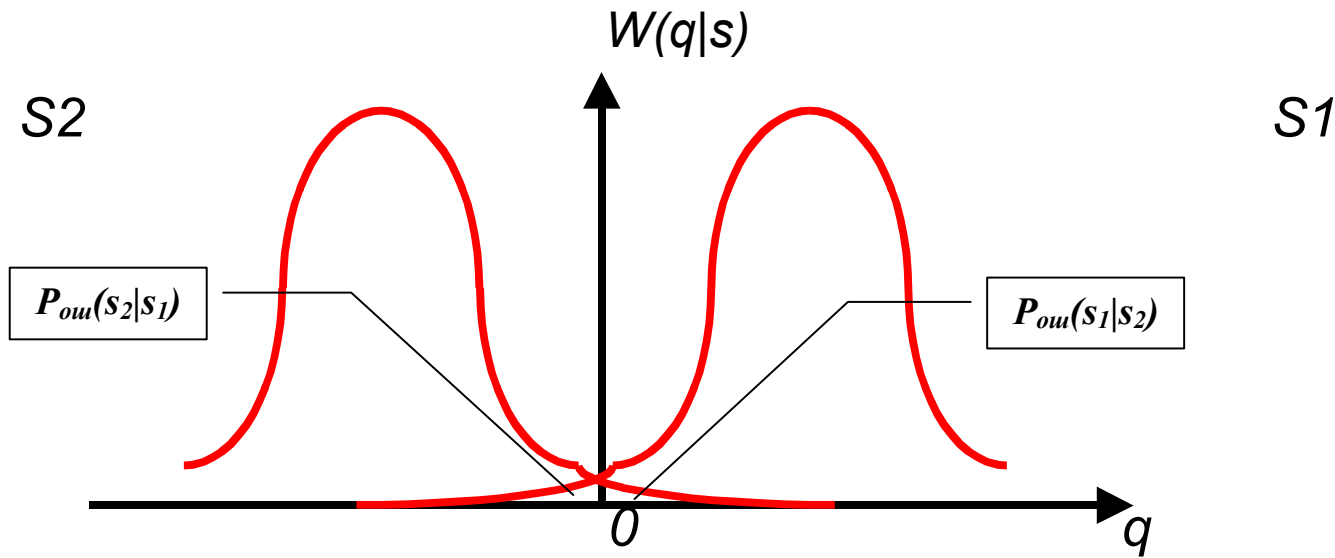
$$p_{ош}(s_2|s_1) = \int_{q < 10} w(q|s_1) dq, \quad p_{ош}(s_1|s_2) = \int_{q \geq 10} w(q|s_2) dq$$

$$q(s_1) = \int_0^T [s_1(t) + n(t)][s_1(t) - s_2(t)] dt \text{ — по Гауссу}$$

$$m_q = E(1 - r_s), \quad D_q = EN_0(1 - r_s), \quad r_s = (1/E) \int_0^T [s_1(t)s_2(t)] dt$$

$$w(q|s_1) = [2\pi EN_0(1 - r_s)]^{-1/2} \exp\{-[q - E(1 - r_s)]^2 / [2EN_0(1 - r_s)]\}$$

$$w(q|s_2) = [2\pi EN_0(1 - r_s)]^{-1/2} \exp\{-[q + E(1 - r_s)]^2 / [2EN_0(1 - r_s)]\}$$

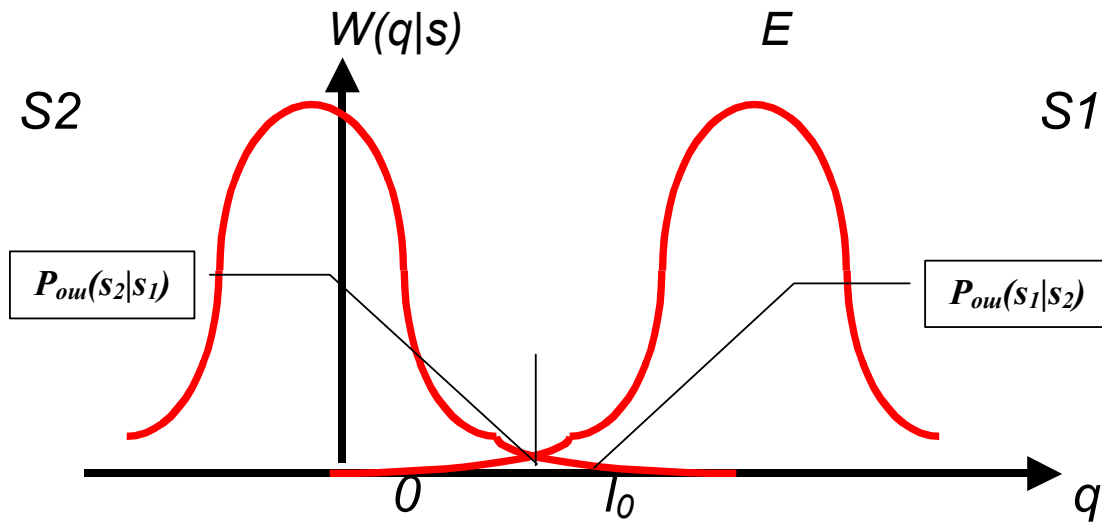


$$p_{ouu} = 1 - \Phi(\sqrt{E(1-r_s)/N_0}), \quad \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{(-t^2/2)} dt$$

$$p_{ouu} = 1 - \Phi(d / \sqrt{2N_0}), \quad d = \left[ \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \right]^{1/2}$$

$$d(s_1, s_2) = [2E(1-r_s)]^{1/2}$$

сигналы	$r_s$	$\rho_{ow}$
Противоположные	-1	$1-\Phi\{(2E/N_0)^{1/2}\}$
Ортогональные	0	$1-\Phi\{(E/N_0)^{1/2}\}$
ЧМ $(\omega_2-\omega_1)T=1,5\pi$	$-2/(3\pi)$	$1-\Phi\{(1,21E/N_0)^{1/2}\}$
АМ $I_0=E/2$	0	$1-\Phi\{0,5(2E/N_0)^{1/2}\}$



$$P_{ou} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi E(1-r_s)/N_0}} \exp\left[-\frac{E(1-r_s)}{2N_0}\right], P_{ou}$$

сигналы	$\rho_{ош}=10^{-4}$	$\rho_{ош}=10^{-6}$
Противоположные	$2E/N_0 \approx 6$	$2E/N_0 \approx 12$
Ортогональные	$2E/N_0 \approx 12$	$2E/N_0 \approx 24$
АМ $I_0 = E/2$	$2E/N_0 \approx 24$	$2E/N_0 \approx 48$

## M-ичные системы передачи информации

$$P_{out}(s_l) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} dq_l \int_{-\infty}^{q_l} \dots \int_{-\infty}^{q_l} w_m(q_1, \dots, q_m | s_l) dq_1$$
$$d(s_i, s_j) = [2E(1-r_{ij})]^{1/2}$$

$$\int_0^T \left[ \sum_{i=1}^m s_i(t) \right]^2 dt = \int_0^T \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m s_i(t) s_j(t) dt =$$

$$= mE + r_0 E(m^2 - m) \geq 0, \text{ т.е. } r_{min} = -1/(m-1)$$

$m$  **СИМПЛЕКСНЫХ** сигналов в  $(m-1)$ -

пространстве,

$m$  **БИОРТОГОНАЛЬНЫХ** сигналов в  $m/2$ -

пространстве,  $m$  **ОРТОГОНАЛЬНЫХ** сигналов в

$m$ -пространстве.

При  $m \gg 1$   $r_{ij} \rightarrow 0$  для всех этих сигналов



Для ортогональных сигналов

$$w(q_1, q_2, \dots, q_m) = w(q_1)w(q_2) \dots w(q_m)$$

$$w(q_l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi EN_0/2}} \exp\left\{-\frac{(q_l - E)^2}{EN_0}\right\}$$

$$w(q_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi EN_0/2}} \exp\left\{-\frac{(q_r)^2}{EN_0}\right\}$$

$$p_{ош} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(x - \sqrt{\frac{2E}{N_0}}\right)^2} \Phi^{m-1}(x) dx$$

$$E_B = E / \log_2 m$$

$$\text{при } m=32 \text{ и } p_{ош}=10^{-5}$$

**выигрыш по энергии вдвое** к  $m=2$

при любом  $m$  проигрыш по полосе в  $m/\log_2 m$  раз

Для  $m$  симплексных сигналов:

Выигрыш по энергии в  $m/(m-1)$  раз

к  $m$  ортогональным сигналам

проигрыш по полосе в  $(m-1)/\log_2 m$  раз к  $m=2$

Для  $m$  биортогональных сигналов:

Малый выигрыш по энергии к

ортогональным, проигрыш по полосе в

$m/(2\log_2 m)$  раз к  $m=2$

## Формирование системы сигналов

Ортогональные:  $s_i = \sum_{j=1}^M a_{ij} \varphi_j(t)$ , где  $M=2FT$

и

$$a_{ij} = a_0, i=j; a_{ij} = 0, i \neq j$$

Например, ЧМ:  $(\omega_i - \omega_j)T = 2\pi k, k = 1, 2, \dots, M$

или

на ортогональных кодах:  $r(a, b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i b_i = 0$

Матрица Адамара:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Симплексные:**  $s_i^{симп}(t) = s_i^{опт}(t) - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i^{опт}(t)$

На симплексных кодах:  $r(a,b) = -1/(m-1)$ ,  $m$ –чет.  
 $r(a,b) = -1/m$ ,  $m$ –нечет.

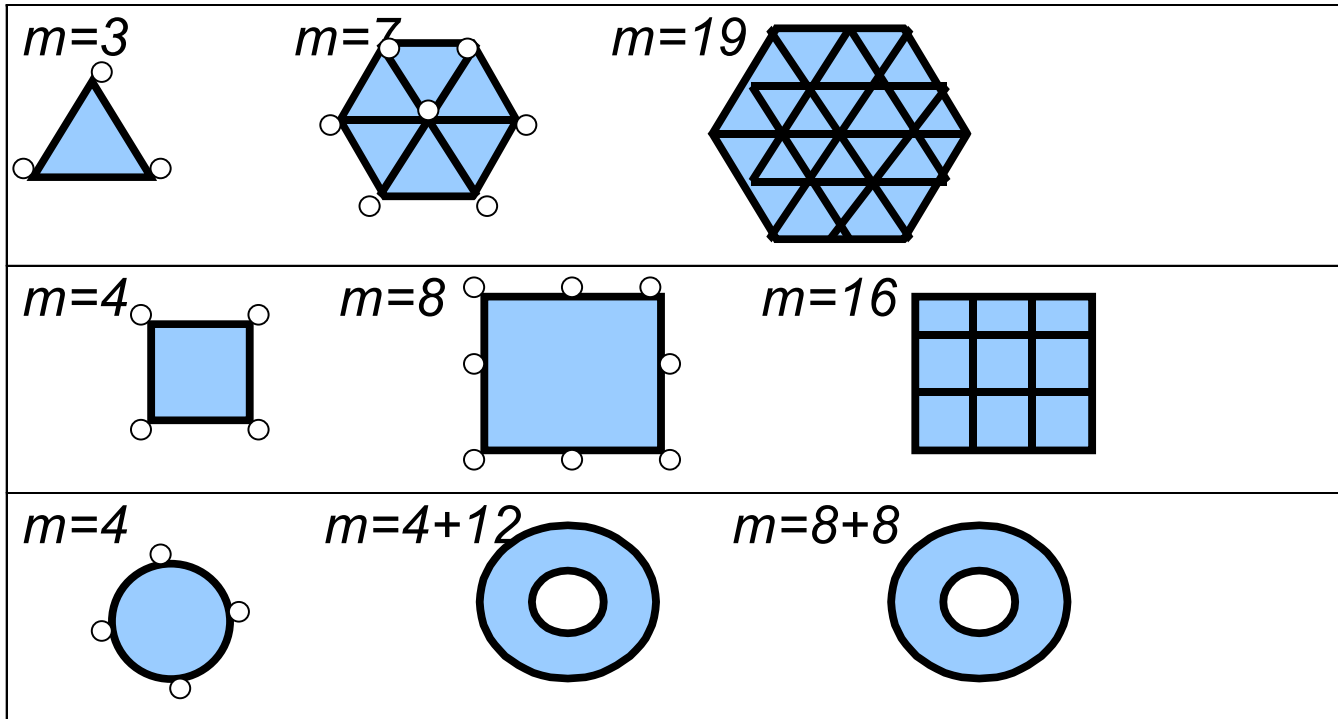
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Циклические симплексные коды (M-последовательности)

# АМПЛИТУДНО-ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ

$$s_i(t) = \sqrt{2/T} a_i \cos \omega t - \sqrt{2/T} b_i \sin \omega t, \quad 0 \leq t \leq T$$

$$s_i(t) = \sqrt{2/T} U_i \cos(\omega t + \psi_i), \quad i=1, \dots, m$$



$$P_{ou}(s_j | s_l) = 1 - \Phi[d(s_j, s_l) / \sqrt{2N_0}]$$

$$P_{ou}(s_l) \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq l}}^m \left\{ 1 - \Phi \left[ \frac{d(s_l, s_j)}{\sqrt{2N_0}} \right] \right\}$$

$$P_{ou}(s_l) \approx \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq l}}^m \frac{\exp[-d^2(s_l, s_j) / 4N_0]}{\sqrt{2\pi} d(s_l, s_j) / \sqrt{2N_0}}$$

$$P_{ou} = \sum_{l=1}^m P_{ou}(s_l) p(s_l)$$

Применение АФМ сигналов не требует расширения полосы и по средней энергии они могут быть близки к оптимальным

# СПИ С НЕКОГЕРЕНТНОЙ ОБРАБОТКОЙ

## Алгоритм оптимального демодулятора

$u(t) = s_r(t, \varphi_r) + n(t)$ ,  $w(\varphi_r) = 1/2\pi$ ,  $\varphi_r$  - случайная

$s_r(t, \varphi_r) = \text{Re}S_r(t)\cos\varphi_r + \text{Im}S_r(t)\sin\varphi_r = s_r(t)\cos\varphi_r + s_r^\Gamma(t)\sin\varphi_r$

$S_r(t)$  – аналитический,  $s_r^\Gamma$  – сопряж. по Гильберту.

$\int_0^T u(t)s_r(t, \varphi_r)dt = V_r \cos(\varphi_r + \psi_r)$ , где

$$V_r = \sqrt{\left[ \int_0^T u(t)s_r(t)dt \right]^2 + \left[ \int_0^T u(t)s_r^\Gamma(t)dt \right]^2}$$

$$\text{tg}\psi_r = -\frac{\int_0^T u(t)s_r^\Gamma(t)dt}{\int_0^T u(t)s_r(t)dt}$$

$$\Lambda(u | \varphi_1, \varphi_2) = \frac{\exp\left[-\frac{E_1}{N_0} + \frac{2V_1}{N_0} \cos(\varphi_1 + \psi_1)\right]}{\exp\left[-\frac{E_2}{N_0} + \frac{2V_2}{N_0} \cos(\varphi_2 + \psi_2)\right]}$$

$$\bar{\Lambda}(u) = \frac{\int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{E_1}{N_0} + \frac{2V_1}{N_0} \cos(\varphi_1 + \psi_1)\right] d\varphi}{\int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{E_2}{N_0} + \frac{2V_2}{N_0} \cos(\varphi_2 + \psi_2)\right] d\varphi}$$

$$(\text{м.ф.Б.1р.0.п.}) I_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[a \cos(\varphi + \psi)] d\varphi$$



$$\bar{\Lambda}(\mathbf{u}) = \frac{\exp\left[-\frac{E_1}{N_0}\right] I_0\left(\frac{2V_1}{N_0}\right)}{\exp\left[-\frac{E_2}{N_0}\right] I_0\left(\frac{2V_2}{N_0}\right)}$$

Алгоритм оптимального демодулятора:

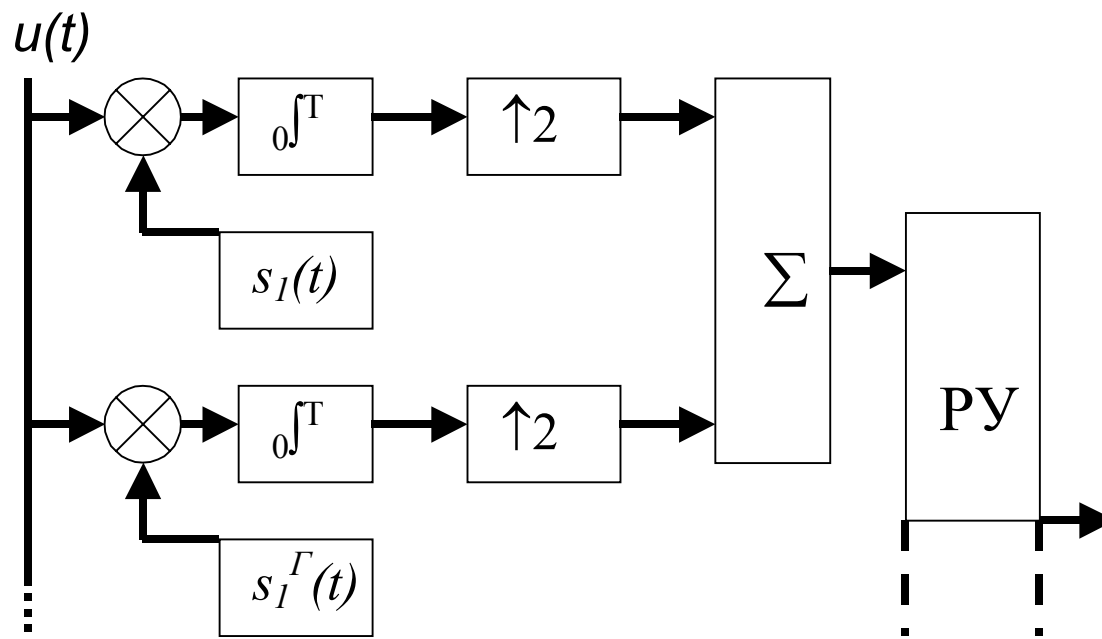
$s_1$  если

$$\ln I_0(2V_1/N_0) - \ln I_0(2V_2/N_0) \geq (E_1 - E_2)/N_0$$

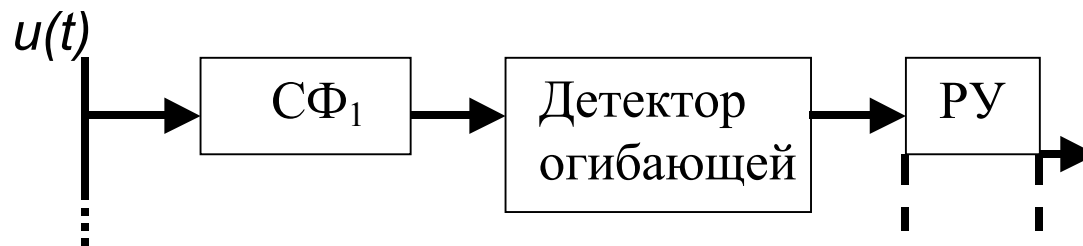
При  $E_1 = E_2$  решение ( $s_1$ ) при условии  $V_1 \geq V_2$

$$m > 2 \quad \ln I_0(2V_l/N_0) - E_l/N_0 \geq \ln I_0(2V_r/N_0) - E_r/N_0,$$

где  $l, r = 1, 2, \dots, m; l \neq r$



Корреляционная схема



Согласованные фильтры

# ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ

Ортогональные в усиленном смысле сигналы

в системах с активной паузой

$$\int_0^T s_1(t)s_2(t)dt=0, \int_0^T s_1(t)s_2^*(t)dt=0.$$

Например, ЧМ:  $(\omega_2 - \omega_1)T = 2\pi k, k=1, 2, \dots$

$$w(V_2 | s_1) = \frac{2V_2}{EN_0} \exp\left(-\frac{V_2^2}{EN_0}\right) -$$

распределение Рэля

$$w(V_1 | s_1) = \frac{2V_1}{EN_0} \exp\left(-\frac{V_1^2 + E^2}{EN_0}\right) I_0\left(\frac{2V_1}{N_0}\right) -$$

распределение Райса

$$\begin{aligned}
 p_{ow} &= p_{ow}(s_2 | s_1) = \int_0^{\infty} dV_1 \int_{V_1}^{\infty} w(V_1, V_2) dV_2 = \\
 &= \int_0^{\infty} w(V_1) \int_{V_1}^{\infty} w(V_2) dV_2 dV_1 = (1/2) \exp\left(-E/2N_0\right)
 \end{aligned}$$

Некогерентная обработка дает проигрыш

в энергии не более 1 дБ при  $p_{ow} \leq 10^{-4}$

## Система сигналов с пассивной паузой

$$s_2(t)=0$$

$$\begin{aligned} p_{ow} &= 1/2 [p_{ow}(s_2|s_1) + p_{ow}(s_1|s_2)] = \\ &= \frac{1}{2} \left[ \int_0^U w(V_1 | s_1) dV_1 + \int_U^\infty w(V_2 | s_2) dV_2 \right] \end{aligned}$$

$V_1$  – распр. Райса,  $V_2$  – распр. Рэлея.

$$U_{opt} = E/2 \leftrightarrow (dp_{ow}/dU = 0)$$

$$\begin{aligned} p_{ow} &= \frac{1}{2} \int_0^{E/2} \frac{2V_1}{EN_0} \exp\left[-\frac{V_1^2 + E^2}{EN_0}\right] I_0\left(\frac{2V_1}{N_0}\right) dV_1 + \\ &+ \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E}{4N_0}\right) \approx \left(\frac{1}{2}\right) \exp\left(-\frac{E}{4N_0}\right) \end{aligned}$$

Некогерентный прием проигрывает по энергии менее 1 дБ при  $p_{ow} \leq 10^{-4}$  и оптимальном пороге

сигналы	$p_{ош}=10^{-4}$	$p_{ош}=10^{-6}$
Ортогональные	$2E/N_0 \approx 13$	$2E/N_0 \approx 26$
АМ $I_0 = E/2$	$2E/N_0 \approx 26$	$2E/N_0 \approx 52$

## Помехоустойчивость $m$ -ичных СПИ

$$P_{ош} = 1 - \int_0^{\infty} dV_l \int_0^{V_l} \dots \int_0^{V_l} w(V_1) \dots w(V_m) dV_1 \dots dV_m$$

$V_l$  – распределение Райса, остальные – Рэля

$$P_{ош} = \sum_{n=1}^{m-1} \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} C_{m-1}^n \exp\left[-\frac{nE}{(n+1)N_0}\right]$$

оценка для  $P_{ош} \ll 1$ :  $P_{ош} \approx [(m-1)/2] \exp(-E/2N_0)$

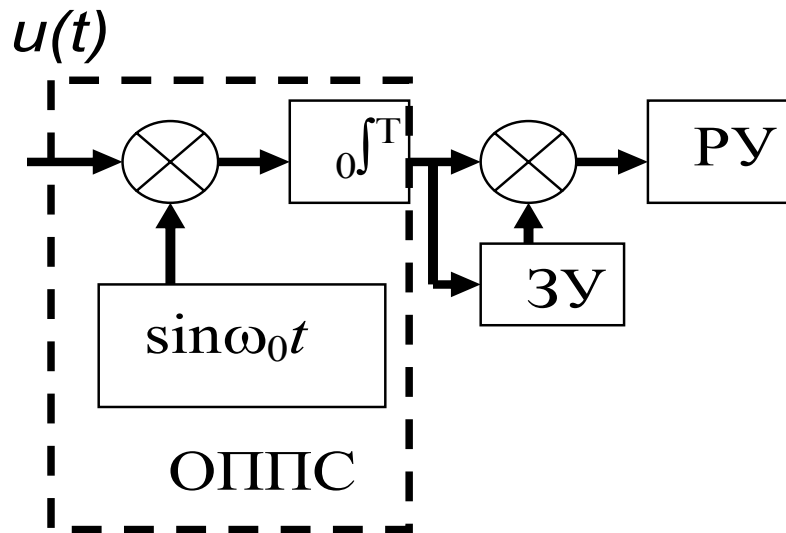
При  $m \geq 128$  различие в  
помехоустойчивости когерентного и  
некогерентного приема пренебрежимо мало.

# СПИ С ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ФМ

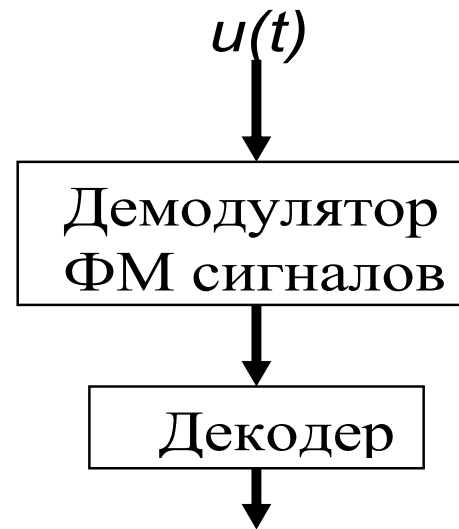
Применяются для компенсации  
"обратной работы" при синхронизации  
ФМ сигналов.

ОФМ: "1" -  $\Delta\varphi=\pi$ ; "0" -  $\Delta\varphi=0$  или

$$b_{k-1} \oplus b_k = a_k$$



Оптимальный  
демодулятор ОФМ



Опт. демод. ОФМ  
с доп. кодир.



Ошибка: "I" – верно, "II" – нет или наоборот.

$$p_{\text{ош.ОФМ}} = 2p_{\text{ош.ФМ}}(1 - p_{\text{ош.ФМ}}) \approx 2p_{\text{ош.ФМ}} = 2[1 - \Phi(\sqrt{2E/N_0})]$$

$p_{\text{ош.ФМ}}$  – для противоположных сигналов.

Увеличение  $p_{\text{ош.ОФМ}}$  вдвое компенсируется энергетическим проигрышем в 1 дБ.

Некогерентный оптимальный прием ОФМ:

эквивалентные сигналы двойной длительности

$s_{1e}(t) - \Delta\varphi=\pi \rightarrow "1"; s_{2e}(t) - \Delta\varphi=0 \rightarrow "0" -$

ортогональны в усиленном смысле.

Оптимальный некогерентный алгоритм:

$$V_{1e} \geq V_{2e}$$

$$V_{re} = \sqrt{\left[ \int_{-T}^T u(t) s_{re}(t) dt \right]^2 + \left[ \int_{-T}^T u(t) s_{re}^I(t) dt \right]^2}$$

$$p_{ow} = (1/2) \exp(-E_e/2N_0) = (1/2) \exp(-2E/2N_0)$$

Оптимальный некогерентный прием ОФМ

дает энергетический выигрыш 3 дБ к

ортогональным в усиленном смысле

сигналам и проигрывает ~1 дБ

когерентному приему.

# МНОГОУРОВНЕВАЯ ОФМ

( $m=4,8,\dots$ )  $\Delta\varphi_i=2\pi/m$ ; сужение полосы в  $\log_2 m$  раз

Квадратурная ОФМ ( $m=4$ )

$$(x_k)=(x_{2k})+(x_{2k+1}) \rightarrow x(t)=x_1(t)+x_2(t)$$

$$x_1(t)=\sum_{k=0}^{N-1} \psi(t-2kT)x_{2k}$$

$$x_2(t)=\sum_{k=0}^{N-1} \psi(t-2kT-T)x_{2k+1}$$

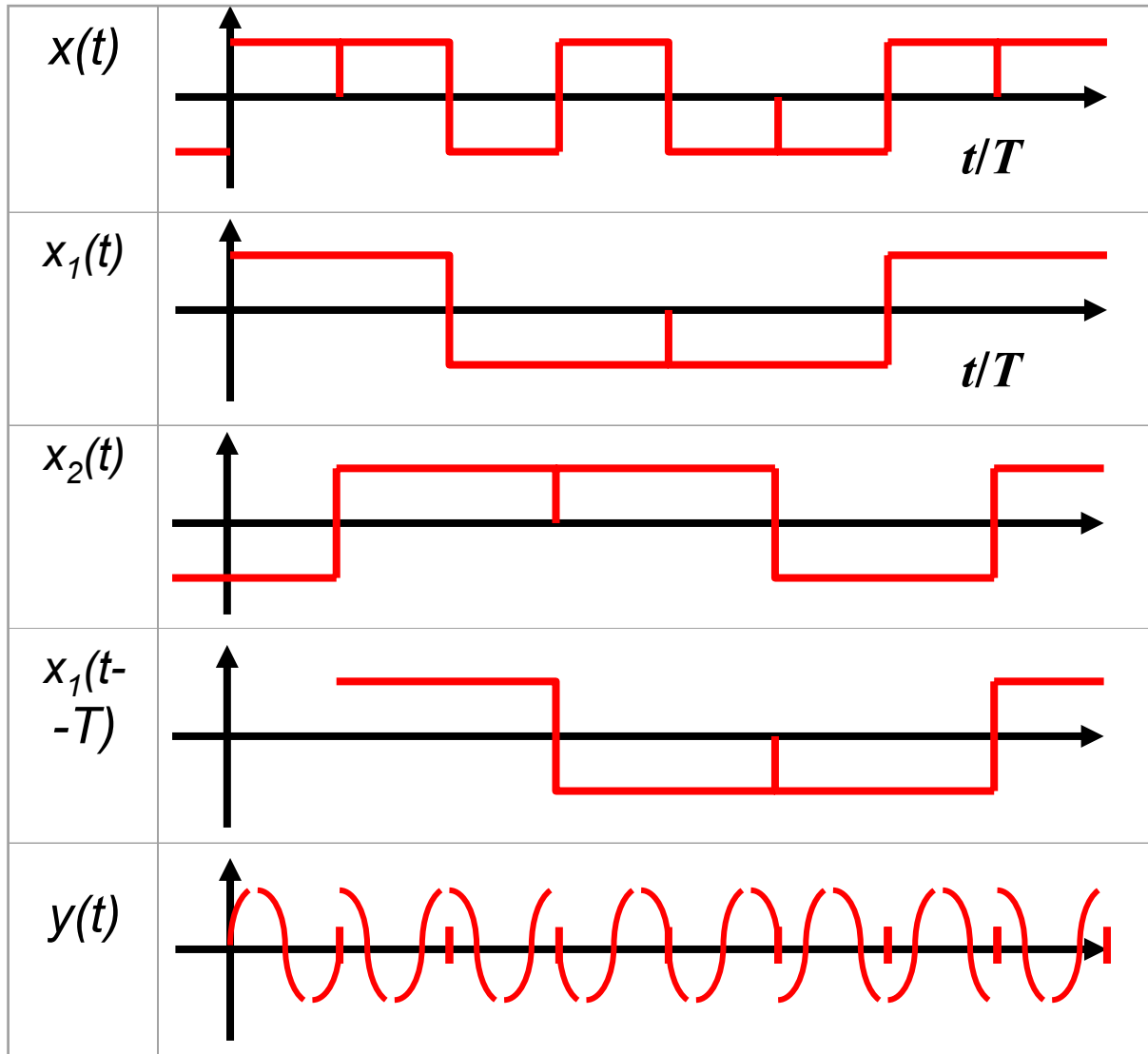
$$\psi(t)=\begin{cases} 1, & 0 \leq t < 2T \\ 0, & t \geq 2T, t < 0 \end{cases}$$

$$y(t)=y_1(t)+y_2(t)=A_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y_1(t)=(A_0/\sqrt{2})x_1(t-T)\sin(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$y_2(t)=(A_0/\sqrt{2})x_2(t)\cos(\omega_0 t + \pi/4)$$

$X_{2k}$	1	1	-1	-1
$X_{2k+1}$	1	-1	1	-1
$\varphi$	$\pi/2$	0	$\pi$	$-\pi/2$



Для снижения паразитной АМ

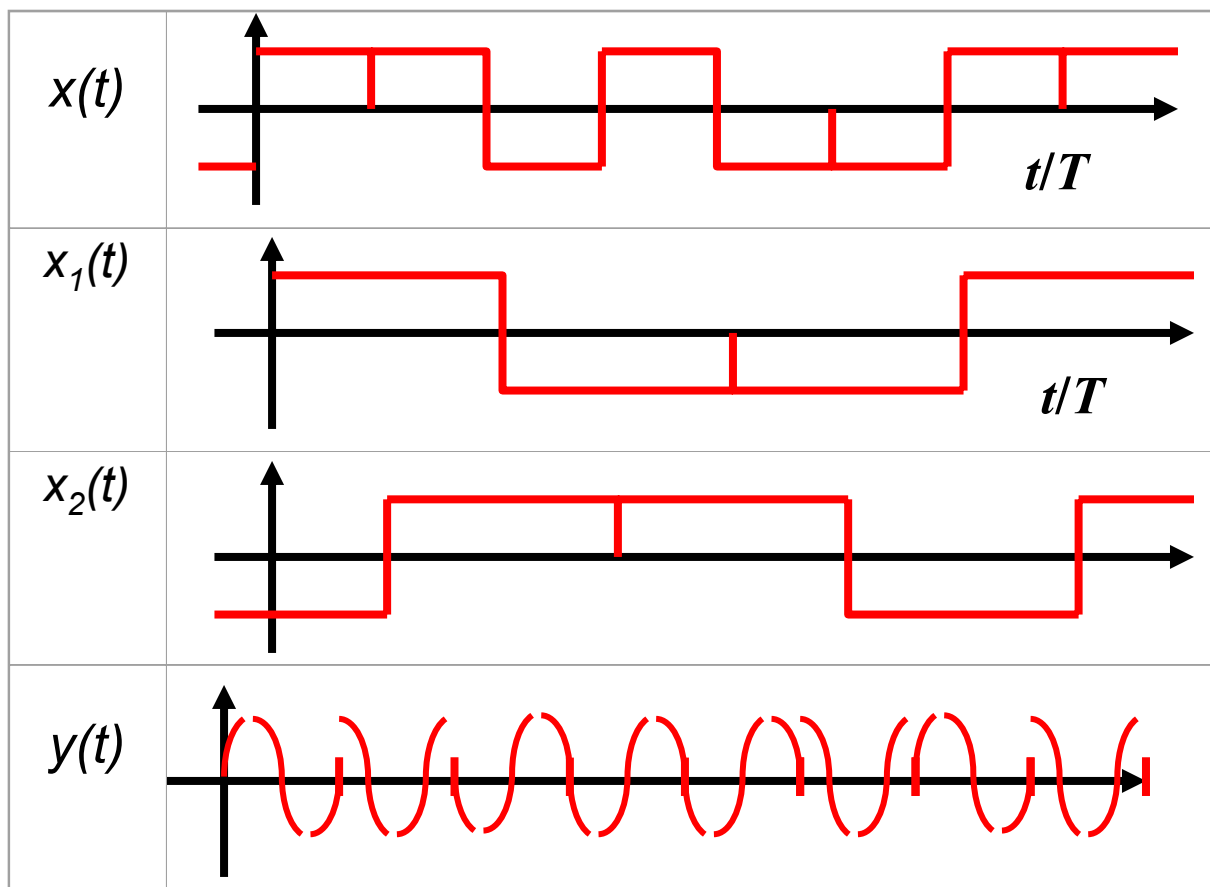
применяют КОФМС (офсетная ОФМ)

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

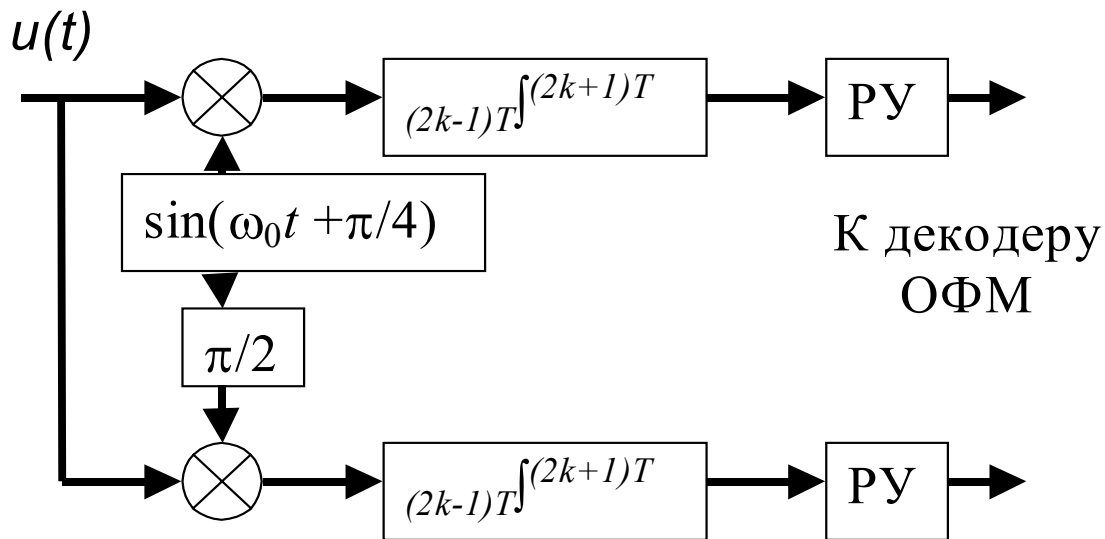
$$y_1(t) = (A_0 / \sqrt{2}) x_1(t) \sin(\omega_0 t + \pi/4)$$

$$y_2(t) = (A_0 / \sqrt{2}) x_2(t) \cos(\omega_0 t + \pi/4)$$

$X_k$	1		1		1		1		-1		-1		-1		-1	
$X_{k-1}$	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
$X_{k+1}$																
$\varphi$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0	0	$\frac{\pi}{2}$	0	0	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{-\pi}{2}$	$\frac{-\pi}{2}$
$\Delta\varphi$	0		$\frac{-\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		0		0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{-\pi}{2}$		0	



Период манипуляции фазы –  $T$ , полоса  $\sim 1/2T$ .



Оптимальный демодулятор КОФМ(С)  
(раздельный прием квадратур)

$\rho_{ош} \{КОФМ(С)\} = \rho_{ош} \{y_{1(2)}(t)\}$  – помехоустойчивость  
совпадает с ОФМ ( $m=2$ ),  
при  $m > 8$  быстро снижается

# ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫЕ СИГНАЛЫ С НЕПРЕРЫВНОЙ ФАЗОЙ

Можно уменьшить занимаемую полосу частот сигналов с КОФМ за счет увеличения скорости спада внеполосного излучения с  $(1/\Delta f)^2$  до  $(1/\Delta f)^4$ , исключив скачки фазы путем введения АМ квадратурных компонент сигнала. Амплитуда сигнала  $y(t)$  останется постоянной, если

$$y_1(t) = Y_1(t) \sin \omega_0 t = A_0 x_1(t) \sin(\pi t / 2T) \sin \omega_0 t$$

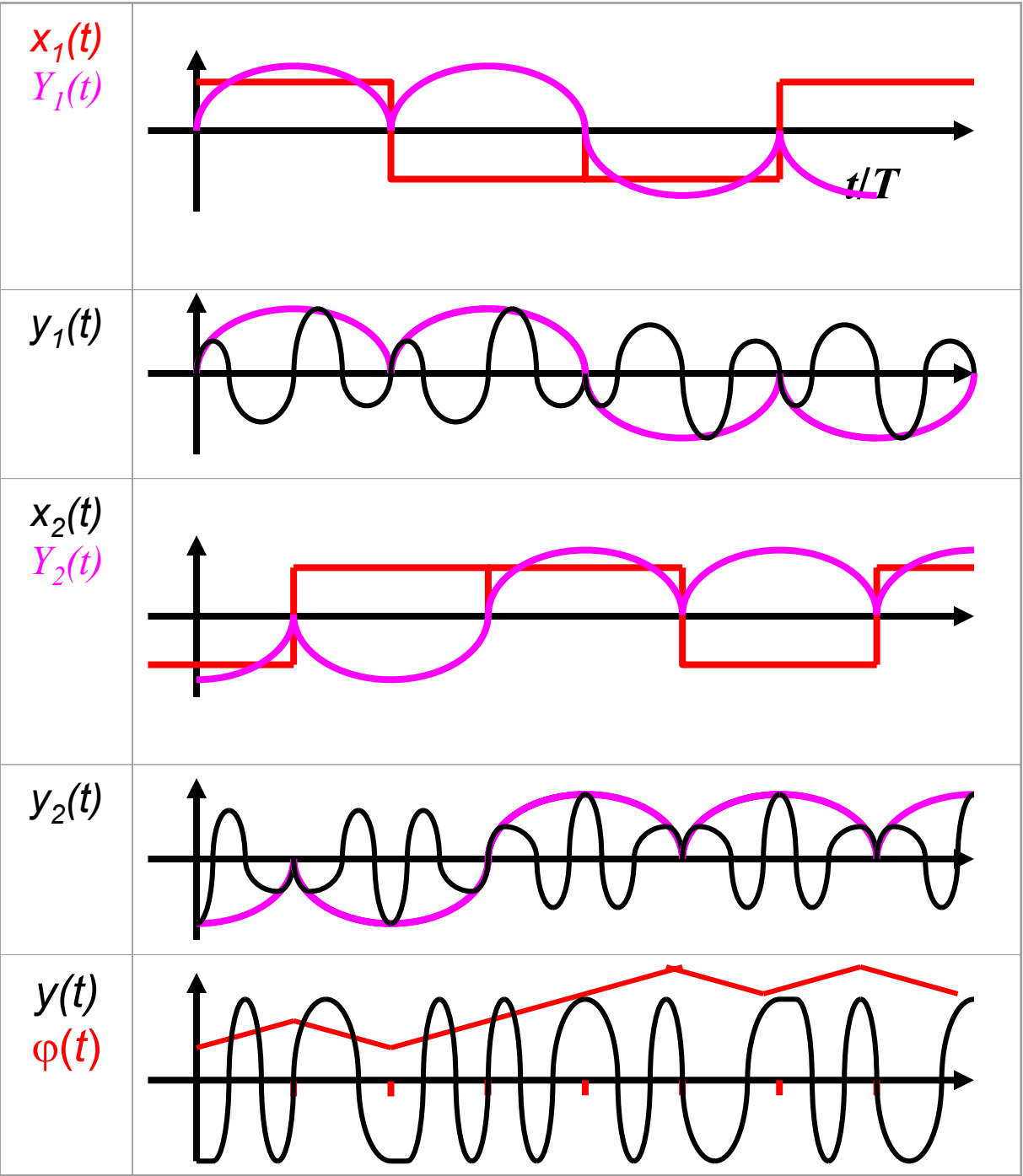
$$y_2(t) = Y_2(t) \cos \omega_0 t = A_0 x_2(t) \cos(\pi t / 2T) \cos \omega_0 t$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)], \quad \varphi(t) = b_i(t) \pi t / 2T + \varphi_i,$$

$$b_i(t) = -x_1(t)x_2(t), \quad \varphi_i = 0 \text{ если } x_2(t) = 1, \quad \varphi_i = \pi \text{ если } x_2(t) = -1$$

$y(t)$  – ЧМ сигнал с непрерывной фазой и  
полосой  $\Delta f \sim 1/2T$  (ЧММС), причем  $\omega_i$  зависит от  
значения  $\text{sign}(x_{i-1}x_i)$  – квадратурное формирование

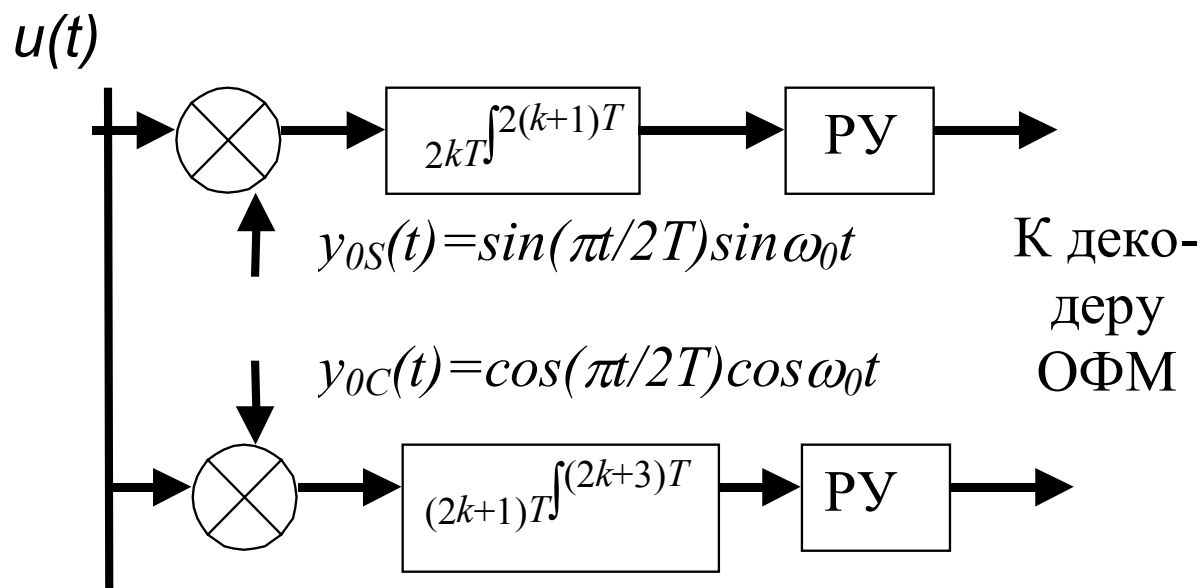




Возможен прямой метод формирования ЧММС:

$$y(t) = A_0 \cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$

$$\varphi(t) = \frac{\pi}{2} \sum_{i=0}^{k-1} x_i + x_k \frac{\pi}{2T} (t - kT)$$



Оптимальный демодулятор ЧММС  
(полное разделение квадратур)

Помехоустойчивость ЧММС совпадает с  
ОФМ ( $m=2$ )

ЧММС – частный случай ЧМНФ:

$$y(t) = A_0 \cos \left[ \omega_0 t + x_k \frac{\pi \nu}{T} (t - kT) + \pi \nu \sum_{i=0}^{k-1} x_i \right]$$

индекс модуляции  $\nu=0,5$  – ЧММС

$\nu=1$  – ортогональные в усиленном смысле

сигналы.

$\nu>1$  – расширение спектра и снижение

помехоустойчивости

Выбор системы сигналов (синтез пары "сигнал – фильтр") проводится с учетом характеристик СПИ по помехоустойчивости, пропускной способности, занимаемой полосе частот, уровню взаимных помех (для многоканальных и многостанционных систем), сложности (энергопотребления, габаритов, веса) аппаратуры и пр.