

Представление дискретных сигналов и линейных систем с постоянными параметрами в частотной области

Цель работы: изучить основные свойства дискретного во времени преобразования Фурье (ДВПФ), z - преобразования и полученных на их основе спектральных характеристик дискретных сигналов, частотных и передаточных характеристик дискретных линейных систем с постоянными параметрами, получить навыки вычисления и анализа спектральных, частотных и передаточных характеристик сигналов и систем в системе MATLAB.

1. Задания и методические указания по выполнению работы

1. Создайте в MATLAB программу, вычисляющую ДВПФ $X(e^{j2\pi f})$ дискретного сигнала $x(n)$, имеющего ненулевые значения в интервале $n = -N/2, \dots, N/2$ и нулевые при других n .

Используя эту программу, вычислите ДВПФ $X(e^{j2\pi f})$ прямоугольного импульсного сигнала

$$x(n) = \begin{cases} 1, & -5 \leq n \leq 5; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}$$

на эквидистантных частотах в интервале цифровых частот $[-1.5; 1.5]$ с частотным шагом 0.01. Вычисленное ДВПФ должно быть действительной функцией частоты – объясните почему. Так как в общем случае $X(e^{j2\pi f})$ должна быть комплексной функцией, выделите реальную часть вычисленного ДВПФ. Отобразите ее графически в заданном интервале цифровых частот $[-1.5; 1.5]$. Является ли эта функция периодической? Если она периодическая, оцените ее период и сравните с периодом ДВПФ, соответствующим теоретическим соотношениям.

2. Создайте отрезок гармонического сигнала

$$x(n) = \begin{cases} \cos(2\pi f_0 n), & -30 \leq n \leq 30; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}.$$

Вычислите ДВПФ этого сигнала, полагая, что

а) $f_0 = 0.05$, б) $f_0 = 0.2$, в) $f_0 = 0.4$, г) $f_0 = 0.5$, д) $f_0 = 0.7$, е) $f_0 = 0.9$.

Как и в задании №1 используйте тот факт, что результирующее ДВПФ должно быть действительной функцией частоты. Отобразите графически полученные ДВПФ $X(e^{j2\pi f})$ как функции f в интервале частот $[-0.5; 0.5]$ с частотным шагом 0.01 для случаев а) - е). Отметьте значения f_0 , для которых имеет место эффект наложения (подмены частот).

3. Создайте две последовательности конечной длины

$$x(n) = 1, 0 \leq n \leq 9$$

и

$$y(n) = 2, 0 \leq n \leq 14.$$

Вычислите их свертку $z(n)$. Затем вычислите и представьте графически модуль ДВПФ $Z(e^{j2\pi f})$ в интервале частот $[-0.5; 0.5]$ с частотным шагом 0.01.

Далее вычислите $X(e^{j2\pi f})$ и $Y(e^{j2\pi f})$ исходных последовательностей $x(n)$ и $y(n)$ соответственно и отобразите графически модуль произведения $X(e^{j2\pi f})Y(e^{j2\pi f})$ в интервале частот $[-0.5; 0.5]$ с частотным шагом 0.01. Совпадают ли модули $Z(e^{j2\pi f})$ и произведения $X(e^{j2\pi f})Y(e^{j2\pi f})$? Объясните почему.

4. Предположим, что КИХ-фильтр скользящего среднего имеет импульсную характеристику

$$h(n) = \begin{cases} 0.02, & 0 \leq n \leq 49; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}$$

Вычислите частотную характеристику фильтра и представьте графически его амплитудно-частотную (АЧХ) и фазо-частотную (ФЧХ) характеристики, используя для этой цели функцию MATLAB `freqz`.

В простейшем виде эта функция имеет синтаксис:

`freqz(b, a),`

где a - вектор коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции, b - вектор коэффициентов полинома числителя передаточной функции.

При отсутствии выходных параметров функция `freqz` выводит графики АЧХ (в децибелах) и ФЧХ (в градусах) фильтра как функции нормированных цифровых частот. Попробуйте другие варианты использования этой функции. Более подробную информацию можно найти в документации пакета `Signal Processing`.

Фильтром какого типа является данная система?

5. Создайте векторы b и a , которые содержат коэффициенты при $x(n-k)$ и $y(n-k)$ соответственно в следующем разностном уравнении

$$y(n) - 0.9y(n-1) = x(n).$$

Определите передаточную функцию фильтра и постройте графики АЧХ и ФЧХ фильтра, используя для этой цели функцию `freqz`. Какова импульсная характеристика фильтра? Фильтром какого типа является данная система? Устойчив ли этот фильтр?

6. Для фильтра с импульсной характеристикой

$$h(n) = \begin{cases} 0.9^n, & 0 \leq n \leq 7; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}$$

рассчитайте аналитически передаточную функцию $H(z)$. Постройте графики АЧХ и ФЧХ фильтра, используя для этой цели функцию `freqz`.

Сравните характеристики данного фильтра с соответствующими характеристиками фильтра, рассмотренного в предыдущем задании (№5).

Постройте картину нулей и полюсов передаточной функции на комплексной z -плоскости с помощью функции `zplane(b,a)`, где a и b – векторы-строки коэффициентов полинома знаменателя и числителя передаточной функции.

Фильтром какого типа является данная система? Устойчив ли этот фильтр?

7. Пусть передаточная функция фильтра определяется соотношением

$$H(z) = \frac{0.05634(1+z^{-1})(1-1.0166z^{-1}+z^{-2})}{(1-0.683z^{-1})(1-1.44666z^{-1}+0.7957z^{-2})}.$$

Постройте графики АЧХ и ФЧХ фильтра, используя для этой цели функцию `freqz`. Воспользуйтесь функцией `sos2tf` для преобразования секций второго порядка в коэффициенты полиномов числителя и знаменателя передаточной функции.

Постройте картину нулей и полюсов передаточной функции на комплексной z -плоскости с помощью функции `zplane(b,a)`, где a и b – векторы-строки коэффициентов полинома знаменателя и числителя передаточной функции.

Фильтром какого типа является данная система? Устойчив ли этот фильтр?

2. Требования к отчету

В отчет по работе включите тексты программ, реализующих задания, рисунки, отображающие их выполнение, и Ваш комментарий к ним с ответами на поставленные вопросы.