Приложение 2

Метод конечных разностей во временной области – FDTD

Данное Приложение к курсу содержит фрагменты текстов из трех Web-сайтов, представляющих (в несколько различных аспектах и с различной степенью подробности) численный метод FDTD, широко используемый в настоящее время для расчета электромагнитных полей в различных системах. В первом из них (наиболее подробном и обстоятельном) описаны также построенные на основе этого метода вычислительные программы и приведены примеры конкретных расчетов.

1. Решение уравнений Максвелла методом FDTD

(автор: А Зеленин; полный текст см. http://zfdtd.narod.ru)

Здесь размещены материалы, касающиеся сути метода FDTD, области его применения, способов реализации, а также демонстрационные примеры возможностей метода.

К демонстрационным примерам прилагается программа FDTDpro, скачав которую вы сможете запускать демонстрационные примеры на счет, наблюдать в процессе счета картины распространения электромагнитных волн, вычислять токи, напряжения, волновые сопротивления, резонансные частоты, поглощенную энергию, удельную поглощенную мощность (SAR), мощность излучения антенн.

Программа FDTDpro представляет собой один exe-файл, в который встроены:

- вычислительный модуль;
- трехмерный редактор объекта;
- импорт объектов из формата dxf;
- модуль визуализации с записью на диск последовательной серии картинок распространения электромагнитных волн;
- ряд других сервисных функций.

Программу FDTDpro можно использовать:

- в учебном процессе при изучении теории электромагнитных волн;
- в инженерной практике для расчетов различных устройств (волноводов, СВЧ-резонаторов, некоторых типов антенн);
- для проведения расчетов по электромагнитной совместимости;

для изучения влияния синусоидальных и импульсных электромагнитных полей на живые организмы, в т.ч. на человека (например, СВЧ-излучения, излучения мобильных телефонов).

Ограничения

Демонстрационная версия программы имеет ограниченный счетный объем.

Введение в метод FDTD.

Аббревиатура FDTD расшифровывается как "finite-difference time-domain", а в русскоязычной литературе иногда выглядит как КРВО - "конечные разности во временной области", что является переводом с английского. В принципе этот метод - понятие чисто математическое и обозначает один из многочисленных методов решения дифференциальных уравнений, но среди тех, кто занимается решением задач электротехники, аббревиатура FDTD в настоящее время является синонимом решения вихревых дифференциальных уравнений Максвелла.

В 1966 г. Йе (Yee) разработал технику, реализующую явную конечно - разностную схему второго порядка для решения вихревых уравнений Максвелла в пространстве и времени.

Исходными являются уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

$$\mathrm{rot}(\mathbf{H}) = \partial\mathbf{D}/\partial t + \mathbf{J};\ \ \mathrm{rot}(\mathbf{E}) = -\ \partial\mathbf{B}/\partial t; \tag{1}$$

а также

$$\mathbf{D} = \varepsilon\, \varepsilon_0\, \mathbf{E};\ \ \mathbf{J} = \sigma\, \mathbf{E};\ \ \mathbf{B} = \mu\, \mu_o\, \mathbf{H}; \tag{2}$$

Здесь **E** - вектор напряженности электрического поля (В/м), **H** - вектор напряженности магнитного поля (А/м), ε, μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости (без размерности), ε_0 - диэлектрическая постоянная (Ф/м), μ_0 - магнитная постоянная (Гн/м), **B** - вектор магнитной индукции (Тл), **D** - вектор электрического смещения (Кл/м^2), **J** - вектор плотности тока (А/м^2), σ - электрическая проводимость (См/м), и t - время в секундах.

$\varepsilon_0 = 10^7/(4\pi c^2)$, где c - скорость света в вакууме ($2{,}997925010 \cdot 10^8$ м/с).

$\mu_0 = 4\pi/10^7$.

Оба уравнения (1) содержат пространственные и временные производные.

Для решения уравнения (1) следует выразить в декартовых координатах векторы **E** и **H**:

$$\mathbf{E} = Ex(t,x,y,z)\mathbf{X} + Ey(t,x,y,z)\mathbf{Y} + Ez(t,x,y,z)\mathbf{Z};$$

$$\mathbf{H} = Hx(t,x,y,z)\mathbf{X} + Hy(t,x,y,z)\mathbf{Y} + Hz(t,x,y,z)\mathbf{Z}; \tag{3}$$

где Ex, Ey, Ez, Hx, Hy, Hz - проекции векторов на координатные оси, а **X**, **Y**, **Z** - единичные векторы.

Остальные величины в (1) - **D**, **B**, **J** - выразим через **E** и **H**. Величины **E** и **H** для нас будут основными.

Примечание: существуют и другие подходы, когда в уравнениях (1) вначале оставляют **D** и/или **B**, но в конце концов всё равно выражаются вектора **E** и **H** . Также следует указать, что уравнения (1) записаны не полностью. Например, в них не учитываются сторонние токи.

Yee (1966) предложил пространственную сетку для конечно-разностной аппроксимации, в которую поместил вектора Ex, Ey, Ez, Hx, Hy, Hz. Фрагмент сетки Yee показан на (рис.1).

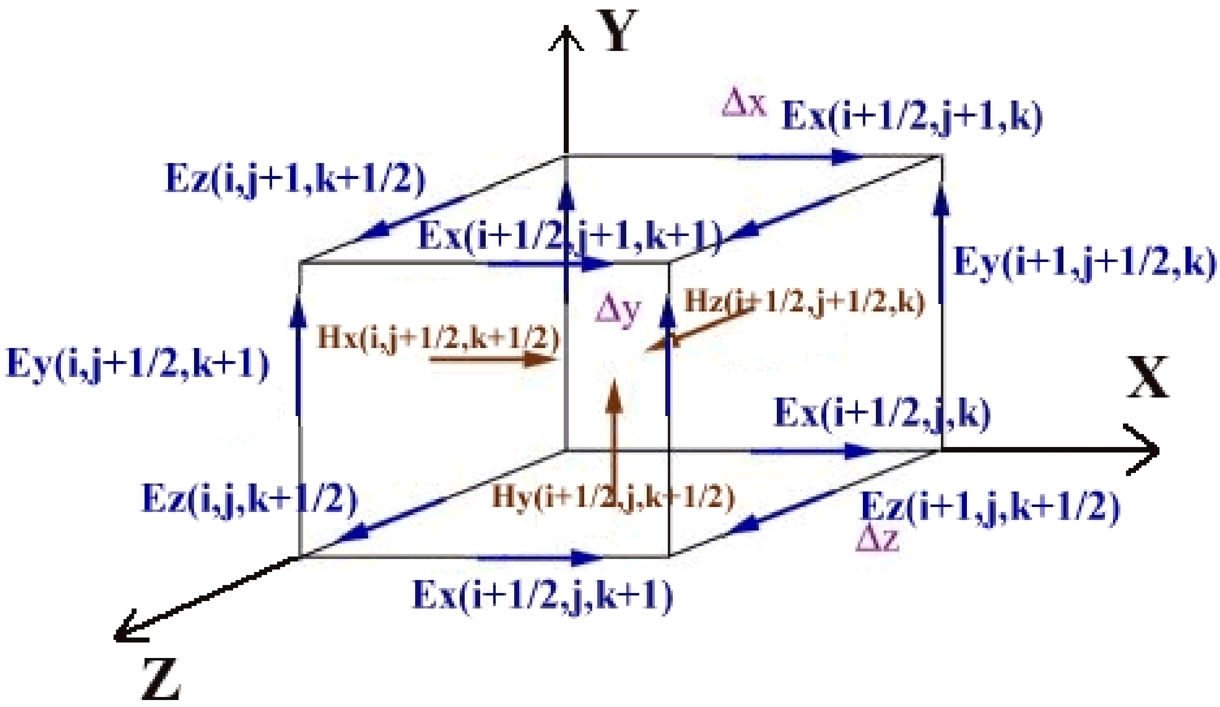


Рис. 1.

Все компоненты (Ex, Ey, Ez, Hx, Hy, Hz) находятся в разных местах, т.е. разнесены в пространстве. E - компоненты находятся посередине ребер, H - компоненты - по центру граней. Все компоненты независимы друг от друга, т.е. каждой из них можно присвоить свои уникальные электрические (для E) и магнитные (для H) параметры.

Пространственные координаты каждого вектора x, y и z выражаются в номерах ячеек i, j и k соответственно, время t выражается в шагах n по времени:

$x = i\Delta x; \quad y = j\Delta y; \quad z = k\Delta z; \quad t = n\Delta t;$ (4)

где Δx, Δy, Δz - размеры пространственной ячейки, Δt - шаг по времени.

Поля E и H вычисляются со сдвигом на полшага по времени. Обозначения, введенные Yee, следующие: E^n - значение поля E на только что вычисленном шаге; E^{n+1} - значение поля E на вычисляемом сейчас шаге по времени. $H^{n-1/2}$ - значение поля H на только что вычисленном шаге; $H^{n+1/2}$ - значение поля на вычисляемом сейчас полушаге по времени. Из этих обозначений следует, что процедура вычислений начинается с поля $H^{n+1/2}$, потому что в момент t=0 (n=0) установлены начальные условия по всему счетному объему: все значения полей E и H равны нулю. Хотя в принципе это лишь наиболее распространенная условность. Можно считать, что пространственная сетка проходит через вектора H, что процедура счета начинается с поля E.

Теперь, когда введены основные обозначения, покажем вывод выражений, пригодных для расчетов с помощью компьютера и которым уже 40 лет.

Поставим (3) и (2) в (1). Получим:

$\mathrm{rot}(\mathbf{H})\ \mathbf{X} = \varepsilon\varepsilon_0 \partial Ex / \partial t + \sigma Ex$; $\mathrm{rot}(\mathbf{E})\ \mathbf{Y} = -\ \mu\mu_0 \partial Hy / \partial t$;   (5)

Применяя конечно-разностную аппроксимацию, преобразуем (5) в выражения для шагов n и n+1, учитывая (4). Получим:

$\sigma Exn+1/2 \approx \sigma(i+1/2,j,k)(Exn(i+1/2,j,k)+ Exn+1(i+1/2,j,k))/2$;

$\varepsilon\varepsilon o \partial Exn+1/2 / \partial t \approx \varepsilon(i+1/2,j,k)\varepsilon o(Exn+1(i+1/2,j,k) - Exn(i+1/2,j,k))/\Delta t$;

$\mu\mu o \partial Hyn / \partial t \approx \mu(i+1/2,j,k+1/2)\mu o(Hy\ n+1/2(i+1/2,j,k+1/2) - Hy\ n-1/2(i+1/2,j,k+1/2))/\Delta t$;

$\mathrm{rot}(H^{n+1/2})\ X \approx (Hzn+1/2(i+1/2,j+1/2,k) - Hzn+1/2(i+1/2,j-1/2,k))/ \Delta y -$

$(Hyn+1/2(i+1/2,j,k+1/2) - Hyn+1/2(i+1/2,j,k-1/2))/\Delta z$;

$\mathrm{rot}(En)\ Y \approx (Exn(i+1/2,j,k+1) - Exn(i+1/2,j,k))/ \Delta z - (Ezn\ (i+1,j,k+1/2) - Ezn\ (i,j,k+1/2))/\Delta x$;

(6)

Подставляя (6) в (5) и решая получившиеся выражения относительно Hyn+1/2(i+1/2,j,k+1/2) и Exn+1(i+1/2,j,k) получим:

$Hyn+1/2(i+1/2,j,k+1/2) = Hyn-1/2(i+1/2,j,k+1/2) + CHy(i+1/2,j,k+1/2)\ *$

$((Ezn\ (i+1,j,k+1/2) - Ezn\ (i,j,k+1/2))/ \Delta x - (Exn(i+1/2,j,k+1) - Exn(i+1/2,j,k))/ \Delta z)$;

$CHy(i+1/2,j,k+1/2) = \Delta t/ (\mu(i+1/2,j,k+1/2)\ \mu o)$;

(7)

$Exn+1(i+1/2,j,k) = C1Ex(i+1/2,j,k)\ Exn(i+1/2,j,k) +C2Ex(i+1/2,j,k)\ *$

$(Hzn+1/2(i+1/2,j+1/2,k) - Hzn+1/2(i+1/2,j-1/2,k))/ \Delta y - (Hyn+1/2(i+1/2,j,k+1/2) - Hyn+1/2(i+1/2,j,k-1/2))/ \Delta z)$;

$C1Ex(i+1/2,j,k) = (\varepsilon(i+1/2,j,k)\varepsilon o - 0{,}5\sigma(i+1/2,j,k)\Delta t)/(\varepsilon(i+1/2,j,k)\varepsilon o + 0{,}5\sigma(i+1/2,j,k)\Delta t)$;

$C2Ex(i+1/2,j,k) = \Delta t/(\varepsilon(i+1/2,j,k)\varepsilon o + 0{,}5\sigma(i+1/2,j,k)\Delta t)$;

(8)

Аналогичные выражения можно получить для остальных четырех компонент ячейки Yee.

Из выражений (7) и (8) видно, что значения μ, ε и σ задаются для каждого из векторов ячейки и могут быть различными в разных направлениях. Т.е. при необходимости можно задать анизотропию материалов для E и/или H полей.

Выражения (7) и (8) являются достаточными для многих решаемых задач, но для расчетов сосредоточенных элементов (источников напряжения, индуктивностей, транзисторов и т.п.), а также для расчетов материалов с нелинейными свойствами требуется их модификация.
В заключение следует упомянуть, что явные конечно-разностные схемы требуют специальных условий для устойчивой работы. Для метода FDTD это условие имеет вид:

$\Delta t \leq 1/(v \sqrt{((1/\Delta x2)+ (1/\Delta y2)+ (1/\Delta z2))})$,

где v - максимальная скорость электромагнитных волн в счетном объеме, а выражение $(1/\Delta x2)+ (1/\Delta y2)+ (1/\Delta z2)$ находится под знаком квадратного корня.

Обычно v = c (скорости света в вакууме).

Описание программы FDTDpro

Основной алгоритм

Общие положения

Программа FDTDpro работает в среде Windows '98 и выше.

Программа может максимально адресовать 2 ГБ оперативной памяти, поэтому размер счетного объема при наличии 2ГБ ОЗУ может максимально достигать 75 млн. ячеек с граничными условиями Мура (Mur) и 60 млн. ячеек с восьмью слоями PML. На практике использование максимального счетного объема приводит к тому, что перед началом вычислений операционная система долго выгружает из ОЗУ на диск неиспользуемые в данный момент приложения.

Виртуальную память программа не использует, поэтому при нехватке оперативной памяти запуск вычислений не происходит и выдается сообщение о нехватке памяти.

В программе использован классический алгоритм Йе (Yee, 1966 г.), т.е. явная конечно-разностная схема. Шаг по времени вычисляется автоматически. Шаг по пространству допустим различным в разных направлениях (например, по X - 10 см, по Y-2 см, по Z - 3 см), кроме случая использования граничных условий RT-ABC (см. ниже).

Важно понимать принцип задания электрофизических свойств, применяемый в программе. **Электрофизические свойства, присвоенные некоторой ячейке, относятся ко всем граням и ребрам куба ячейки Yee**, а не только к векторам у начала ячейки. То есть, электрофизические свойства, заданные в ячейке (I,J,K) задаются не только для векторов Ey(I,J,K), Ey(I,J,K), Ez(I,J,K), но и для Ex(I,J+1,K), Ex(I,J,K+1), Ex(I,J+1,K+1), Ey(I+1,J,K), Ey(I,J,K+1), Ey(I+1,J,K+1), Ez(I+1,J,K), Ez(I,J+1,K), Ez(I+1,J+1,K) - т.е. для ВСЕХ векторов объемной ячейки. В то же время все эти вектора соседствуют с другими ячейками - каждый вектор E принадлежит четырем ячейкам. **Электрофизические свойства конкретных векторов усредняются по свойствам всех окружающих его ячеек.** Это относится к проводимости, диэлектрической проницаемости, плотности, времени релаксации и т.д.

Таким образом, можно сказать, что при задании объекта применяется "кубический" принцип присваивания электрофизических свойств, а при работе с таким объектом необходимо помнить об этом. Графический редактор отображает объект именно таким образом - кубиками (параллелепипедами).

В программе можно задавать от 1-го до 254-х различных материалов, применять линейные магнитные материалы без потерь, линейные электрические материалы с потерями и без, а также частотно-зависимые электрические материалы Дебая (Debye).

Сосредоточенные элементы

Сосредоточенные элементы (Lumped circuit elements) в программе FDTDpro в основном выполнены по статье *M. J. Piket-May, A. Taflove, and J. Baron, "FDTD modeling of digital signal propagation in 3-D circuits with passive and active loads," IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 42, pp. 1514-1523, Aug. 1994.*

В программе задаются:

- резистивные источники напряжения;

- резисторы;

- конденсаторы;

- индуктивности.

Кроме того, в программе задаются разрядники - промежутки, которые имеют бесконечное сопротивление в начале счета, но при достижении заданного напряжения замыкаются накоротко до конца счета (это мое "изобретение").

Каждый сосредоточенный элемент размещается в одном из векторов Ex, Ey или Ez ячейки Yee. Совмещение в одном векторе Ex/y/z двух и более сосредоточенных элементов недопустимо. Интерфейс программы сделан так, что не позволяет в одну ячейку заносить более одного сосредоточенного элемента. Обычно этого достаточно. Но в ячейке Yee, как известно, три вектора E: Ex, Ey и Ez, а, значит, можно поместить в ячейку до трех сосредоточенных элементов - по одному в каждом направлении. При необходимости это все-таки можно сделать "вручную", откорректировав таблицу сосредоточенных элементов.

Электрофизические свойства материальной среды, в которую помещаются сосредоточенные элементы, не учитываются: считается, что вектор Ex/y/z, в который помещен сосредоточенный элемент, находится в пустом пространстве (проводимость равна нулю, относительные проницаемости равны 1).

Ввод и вывод

Источником электромагнитных волн может быть либо плоская волна, угол падения вектора E которой можно изменять в пределах от -90 до +90 градусов, либо неограниченное количество внутренних резистивных источников напряжения. Форма электромагнитного поля/ напряжения может быть задана как

· синусоида;

· синусоида с плавным нарастанием фронта;

· гауссов импульс;

· гауссов радиоимпульс;

· производная гауссова импульса;

· двухэкспоненциальный импульс;

· двухэкспоненциальный радиоимпульс;

· импульс вида sin(X)/X;

· произвольный сигнал из файла. Файл текстовый - пары разделенных пробелом чисел "время значение". В программе десятичным разделителем считается точка, а не запятая.

Программа выводит графики токов, напряжений, полей E и H, плотностей токов, поглощенной мощности. Вычисляет поглощенную энергию, SAR.

Выводит цветные картинки распределения вычисляемых величин в выбранных сечениях объекта.

Граничные условия

Счетный объем конечен, а электромагнитные волны об этом не знают. Поэтому необходимо как-то искусственно сымитировать бесконечность. В статье *A. Taflove and K. R. Umashankar, "Review of FDTD numerical modeling of electromagnetic wave scattering and radar cross-section," invited paper, Proceedings oft he IEEE, vol. 77 (Special Issue on Radar Cross-Sections of Complex Objects), pp. 682-699, May 1989* авторы дают погрешность вычислений методом Yee-FDTD: менее 7% при шаге по пространству не более 1/10 длины волны и менее 2 % при шаге не более 1/20 длины волны. Как правило, 2 % - это достаточная точность. Но границы счетного объема могут все испортить, отразив всю электромагнитную энергию или ее часть обратно в счетный объем.

Постановка граничных условий при программировании - задача весьма трудоемкая. При этом граничные условия часто себя не оправдывают и вносят огромные ошибки в расчеты вплоть до потери стабильности конечно-разностного алгоритма.

В ZFDTDpro граничные условия устанавливаются для каждой грани счетного объема индивидуально.

Условия поглощения и рассеяния

В принципе, поглощение и рассеяние - это одно и то же. Но в условиях рассеяния задается некая точка внутри счетного объема - центр рассеяния, а в условиях поглощения такого центра нет.

В программе FDTDpro применяются условия поглощения Мура и RT-ABC (условия запаздывания), а также условия рассеяния по закону 1/R.

Условия 1/R. Считается, что волны приходят к границе счетного объема из некоторого центра. И затухают в пространстве по закону 1/R, где R- расстояние от центра рассеяния. Если расстояние от объекта до границы не менее половины длины объекта (это связано с частотой резонанса объекта), то результат получается хороший. Если расстояние меньше, то некоторые волны затухают уже не по закону 1/R, а, например, $1/R^2$, $1/R^3$. Тут возникает погрешность. Для узкополосных синусоидальных сигналов расстояние от объекта до границ должно быть не менее 1/4 длины волны. Другая погрешность возникает из-за невозможности выбрать точечный центр рассеяния для большого объекта. В итоге размер счетного объема приходится задавать очень большим. Данные граничные условия были разработаны Бахолдиным, Козловым (ИПМ) и Кондратьевой (ЦФТИ МО РФ) в 1991 г. Отличаются высокой устойчивостью, просты в реализации.

Условия Мура 1-го порядка (Mur, 1981). В принципе, условия Мура почти то же самое, что и условия 1/R, но центр рассеяния для каждой грани свой и удален в бесконечность. Отсюда все их недостатки и почти такие же требования к расстоянию до границ. В литературе часто встречается, что расстояние до границ должно быть "не менее 1/6 длины волны", а также противоречащее этому требование "не менее 15 ячеек". И то, и другое в общем случае неверно, приемлемый результат получается при расстоянии не менее 1/3 длины волны, а для длинного тонкого объекта не менее 1/2 длины волны (или не менее длины объекта при резонансе). Условия устойчивы, просты в реализации, требуют большой счетный объем. Отличаются тем, что некую линию передачи, например коаксиальную или полосковую, можно "упереть" в границу под прямым углом - и обеспечена бесконечная линия передачи. Только линия должна быть без диэлектрического заполнения. Реализация условий 1-го порядка проста. Условия Мура 2-го порядка себя не оправдывают и убраны из программы.

Условия RT-ABC (Berntsen, Hornsleth, 1994). Эти условия используют оригинальную идею запаздывания времени на границах, работают лучше всех предыдущих условий, но до определенного момента. При большом количестве шагов счета появляется постоянная составляющая, которая может быстро (экспоненциально) расти. Т.е. условия RT-ABC неустойчивы. Этим условиям обычно достаточно 1/12 - 1/6 длины волны до границ. Но неизвестно, как предсказать момент потери устойчивости. Иной раз 100 тыс. шагов проходят устойчиво, а иногда через 500 шагов появляется постоянная составляющая. Условия капризны: шаг по пространству нельзя задавать разным по разным осям, а шаг по времени строго фиксирован как половина шага по пространству. Реализация примерно в четыре раза сложнее, чем для условий Мура 1-го порядка.

Таким образом, описанные выше граничные условия малопригодны, если требуется хорошая точность вычислений, но вполне годятся для оценочных расчетов из-за малости требуемых ресурсов (памяти и времени).

В программе FDTDpro все эти граничные условия можно произвольно смешивать между собой и с другими, кроме PML.

Условия PML

Условия PML (perfectly matched layer - идеально сочетающиеся слои) стали революционным прорывом в граничных условиях (Berenger, 1994-1996). До этого были известны условия ML (сочетающиеся слои), которые в общем случае работали не лучше, чем простые условия поглощения. Беренгер предложил новую схему, разбив каждый вектор ячейки Yee на два параллельных вектора (например, Ex=Exy+Exz).

Условия PML отражают в сотни, а то и тысячи раз меньше, чем лучшие условия поглощения. Расстояние от объекта до границ PML, по литературным источникам, должно быть не менее 8 ячеек, но даже при расстоянии в 1 ячейку можно проводить расчеты, и они могут быть точнее, чем с условиями Мура при 1/6 длине волны до границ.

Между тем, условия PML имеют нижнюю граничную частоту, которая снижается с ростом количества слоев PML и с их толщиной (т.е. шагом по пространству). Это можно сравнить с явлением скин - эффекта, когда на низкой частоте электромагнитные волны глубже проникают в проводник (меньше затухают с глубиной). Дело в том, что при расчетах задается определенное количество PML-слоев, которые сами не имеют граничных условий на внешней границе, и волна, пройдя все слои PML, отражается обратно. Если по пути туда и обратно волна недостаточно поглотится слоями PML, то часть ее вернется в счетный объем. А поглощается электромагнитная энергия в проводнике тем лучше, чем выше частота.

Каждый слой PML имеет как магнитные, так и электрические потери, подобранные таким образом, что отражение на границе раздела отсутствует.

От слоя к слою потери растут параболически. На самом первом слое потери выбираются минимальными для минимизации отражения на границе раздела (воздух) - (PML-слой).

В программе FDTDpro реализован классический алгоритм Беренгера с небольшими корректировками, взятыми у Тафлава (Taflove). Между объектом и границей обязательно должно быть пустое пространство. Перед расчетом задается количество слоев PML и коэффициент отражения. Сразу же вычисляется нижняя граничная частота. При исследовании переходных и резонансных процессов, как показывает практика, нижняя граничная частота должна быть в 5-10 раз ниже, чем резонансная частота объекта. Обычно 8 слоев PML достаточно, но может потребоваться и гораздо больше. Для простейших случаев можно брать 4 слоя. 3-4 слоя часто дают такой же результат, что и простые граничные условия, а то и лучше.

Высокая точность вычислений с PML- границами омрачается тем, что PML - границы требуют довольно много ресурсов. Но они стоят того!

Трудоемкость программирования границ PML колоссальная. В программе FDTDpro из 27 тыс. строк кода 7 тыс. строк - границы PML

Условия PML нельзя смешивать с условиями поглощения и рассеяния, но можно использовать совместно с условиями симметрии и отражения (PEC).

Условия симметрии и отражения

Если расчетная задача (именно вся задача, а не только один объект) имеет плоскости симметрии, то можно применять условия симметрии.

Например, решается задача излучения диполя в свободном пространстве с источником напряжения в центре. Считаем, что диполь расположен вертикально. В этом случае горизонтальная плоскость, проходящая через центр диполя делит пространство на две части, в каждой из которых картина магнитного поля одинакова, но зеркальная относительно плоскости сечения. Зеркалом в данном случае служит симметрия по полю H в плоскости сечения.

В этом примере можно добавить еще две взаимно перпендикулярные плоскости, продольно рассекающие диполь. При этом на введенных плоскостях зеркально будут отображаться картины поля E, и, следовательно, можно применить условия симметрии по полю E. Каждая плоскость симметрии уменьшает счетный объем вдвое, поэтому диполь можно рассчитать в объеме, который в восемь раз меньше полного.

Картина поля бывает симметричной по трем плоскостям лишь в крайне редких случаях. Да и по двум нечасто. А симметричные по одной плоскости задачи встречаются довольно часто. Например, объекты на поверхности земли, если землю считают идеальным проводником, геометрически симметричные объекты, когда вектор E или H параллелен или перпендикулярен геометрической плоскости симметрии, симметричные линии передачи и т.п.

В программе можно применять условия симметрии по E и по H. Условия симметрии в программе FDTDpro НЕЧЕТНЫЕ, т.е. плоскость симметрии находится за пол-ячейки от границы. Ячейка, расположенная у самой границы, отображается сама на себя.

Интересно еще одно возможное применение условий симметрии. Пусть в программе FDTDpro плоская волна распространяется вдоль оси X, вектор E направлен параллельно оси Y (ось Y вертикальная), вектор H параллелен оси Z (ось Z направлена к нам). Тогда, поставив на верхней и нижней границах симметрию по H, а на ближней и дальней границах симметрию по E, получим почти одномерную задачу, которая решается очень быстро, потому что размер по Y и Z можно задать всего по 3 ячейки. Одномерная задача - это, например, проникновение нормально падающего поля в грунт и другие материальные среды, отражение от этих материальных сред. Аналогично можно сделать "почти двумерную" задачу, применив симметрию только на двух границах. Условия симметрии взяты у Тафлава (1975).

Условия отражения (PEC) - это на самом деле отсутствие каких-либо специальных граничных условий. На границах тангенциальные составляющие поля E равны нулю, т.е. это идеально проводящие поверхности (PEC - perfect electric conductor). Их можно использовать как стенки волноводов, резонаторов, как подстилающую поверхность.

SAR - вычисления

Вычисление SAR (specific absorption rate) или по-русски УПМ - удельной поглощенной мощности - в последние годы стало популярной задачей во всем мире. Для этого есть ряд причин, главная из которых - широкое распространения мобильной связи и необходимость разработки гигиенических нормативов по безопасности.

Почти все знают, что в микроволновой печи можно быстро нагреть и даже спалить кусок мяса. А теперь миллионы людей прикладывают к голове маленькую микроволновую печь. Вопрос о том, как поджариваются наши мозги, остается открытым до сих пор.

Дорогостоящие исследования влияния СВЧ-излучения на животных дают свои результаты: определяются опасные уровни излучения. Но как сравнить крысу и человека? Один из способов - определить, сколько энергии поглотила крыса, и рассчитать, при каких условиях человек получит столько же. Конечно, этим проблема еще не решается полностью, но это отправная точка исследований.

Можно утверждать, что метод FDTD является основным и самым точным методом, применяемым для вычисления SAR.

За один расчет можно определить:

- мощность излучения антенны телефона;

- поглощенную в мозгу (и других органах) мощность;

- коэффициент полезного действия антенны;

- температуру нагрева разных участков головы.

Кроме того, можно определить плотности токов, поглощенную энергию.

Вычисления SAR в FDTDpro

Понятие мощности в электрической цепи.

В электрических цепях мощность вычисляется как произведение тока на напряжение:

P(t)= I(t)´U(t),

где P(t) - мгновенное значение мощности. Среднее значение мощности получается интегрированием функции P(t) по времени с последующим делением на интервал времени, за который происходит интегрирование, или, в дискретной форме, суммированием дискретных значений $P_n(t)$ и делением на их количество (т.е. находят среднее арифметическое).

Если цепь активная, то P(t) ³ 0 в любой момент времени. Точное значение средней мощности в активной цепи с синусоидальным сигналом можно получить за время кратное периоду колебаний, иначе возникает погрешность.

Если цепь реактивная, то P(t) принимает как положительные, так и отрицательные значения. Среднее же значение мощности равно нулю. Если в цепи с синусоидальным сигналом интеграл от P(t) по времени берется за время не кратное периоду колебаний, то полученное среднее значение мощности будет отлично нулю. Ошибка уменьшается с увеличением числа анализируемых периодов колебаний. То же самое справедливо для импульсных сигналов и переходных процессов в чисто реактивных цепях: чем больше время анализа, тем ближе к нулю среднее значение мощности. Поскольку время анализа методом FDTD ограничено, то среднее значение мощности в реактивной цепи в общем случае получается ненулевым. Можно лишь увеличивать время анализа для снижения погрешности вычисления поглощенной мощности до приемлемых значений.

Конечно, для синусоидальных сигналов есть простая формула P= I´U, где берутся действующие значения тока I и напряжения U, или P= I´U´cos(a), где a - сдвиг фаз между током и напряжением. Но данные формулы не годятся для анализа нестационарных процессов, в то время как формула P(t)= I(t)´U(t) является универсальной.

Вычисление мощности в FDTD.

По аналогии с электрической цепью, мощность для одного вектора E ячейки Yee вычисляется по той же формуле P(t)= I(t)´U(t). Ток вычисляется как круговой интеграл от магнитного поля вокруг вектора E по длине l, а напряжение - как произведение напряженности E на шаг по пространству в направлении вектора E:

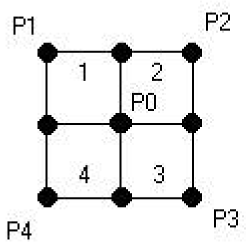
I(t) = òH(t)dl,

Другая, удобная во многих случаях формула P(t)= sE^2(t)´dx´dy´dz, где s - удельная проводимость, а dx, dy, dz - шаги по пространству, может быть применена не всегда. Например, в полярных диэлектриках потери мощности есть, а проводимости s в явном виде нет. Через такие диэлектрики протекает реактивная мощность, часть которой расходуется на поляризационные потери, и чем выше частота, тем больше потери.

В алгоритме Yee электрическое и магнитное поля разнесены во времени на dT/2. При вычислении мощности необходимо привести их к одному времени. Проще всего найти значение поля H^n или $E^{n+1/2}$ (поле H в нотации Yee вычисляется на "дробных" шагах по времени, поле E - на "целых") как среднее арифметическое: $H^n = 0,5(H^{n+1/2} + H^{n-1/2})$ или $E^{n+1/2} = 0,5(E^n + E^{n+1})$.

После вычисления поглощенной мощности для отдельных векторов E необходимо определить, к какой ячейке пространства относится эта поглощенная мощность. Типично решаемая задача - вычисление эффектов взаимодействия электромагнитных волн с тканями живого организма - требует определения распределения поглощенной мощности по всему объему организма или отдельного органа, состоящего из множества различных тканей. Вектор E находится между четырьмя ячейками. Если в этих ячейках мы разместили разные ткани, то, как поделить этот вектор E (и поглощенную мощность) между ними? Ведь еще при вычислении вектора E происходит усреднение электрических параметров (e, m, s) по четырем смежным ячейкам, так что этот вектор законно принадлежит всем четырем ячейкам.

На рисунке изображен фрагмент сетки Yee. Жирные точки - это места расположения векторов E, перпендикулярных рисунку. И они же - локализация мест вычисления мощности P. Мощность в центральной точке P0 вычисляется на стыке ячеек с номерами от 1 до 4 и ее необходимо распределить по ячейкам. Как это сделать?



Очевидно, что делить мощность поровну нельзя. Допустим, одни ячейки принадлежат свободному пространству, а другие проводнику. Ясно, что мощность должна быть только в ячейках проводника. Но даже если все ячейки принадлежат проводникам, но с разной проводимостью, то тоже делить поровну нельзя. И даже если все ячейки принадлежат одному толстому проводнику, то на высокой частоте внутренние слои проводника получают намного меньше мощности, чем наружные (из-за скин-эффекта) и от выделившейся мощности P0 б**о**льшую часть мощности необходимо отнести к ячейке, которая ближе к поверхности. Требуется какое-то разумное распределение мощности между ячейками.

Реализация

Автор придумал и применил такое правило: чем больше ячейка, граничащая с точкой P0, получает на других границах, чем б**о**льшая часть мощности P0 ей достается. Для анализа берутся четыре точки по диагонали сетки. На рисунке это точки P1, P2, P3, P4. Мощность, "передаваемая" ячейке №1 вычисляется как:

$P_{№1}$ = P0 * |P1|/ (|P1|+|P2|+|P3|+|P4|).

Для ячейки №2

$P_{№2}$ = P0 * |P2|/ (|P1|+|P2|+|P3|+|P4|).

Для двух других ячеек аналогично. Значения по модулю взяты по причине, что мощность может быть и отрицательной. В случае, если (|P1|+|P2|+|P3|+|P4|)=0 возникает проблема деления на ноль. В этом случае скорее всего мощность P0 тоже равна нулю, а если нет, то в этой точке находится не кубический материал, а либо сосредоточенный элемент, либо тонкий проводник. Их мощность не требует "размазывания" по соседним ячейкам и обрабатывается по-другому.

При нечетной симметрии в ячейках пограничного слоя полученную мощность необходимо умножить на два. После этого общая **полученная мощность будет равна половине искомой** как для всего симметричного объекта, так и для отдельно взятого пограничного слоя.

Полосковая линия

Симметричная полосковая линия запитывается 12-ю источниками напряжения (6+6 навстречу друг другу), обкладками линии служат PEC-границы, на других границах условия PML. Ток выводится вокруг центрального электрода, напряжение - по линии от нижней границы PEC до центрального электрода.

Волновое сопротивление рассчитывается до прихода отраженной волны. Методика расчета сопротивления приведена на сайте.

В диапазоне до примерно 2,2 ГГц расчетное сопротивление около 45,7 Ом. Следует добавить, что если счетный объем удвоить, уменьшив шаг по пространству вдвое, а все размеры полосковой линии оставить неизменными, то результат изменится и составит около 47,4 Ом, что будет точнее.

Примечание. Выше 2,2 ГГц при приближении к частоте 3 ГГц в вычисленном сопротивлении появляется хорошо заметная ошибка, хотя шаг по пространству (1 см) все еще меньше 1/10 длины волны (1/10 будет на частоте 3 ГГц). Выше 3 ГГц (шаг более 1/10 волны) результат получается зависим от разных факторов (например, от ширины гауссового импульса) и в целом результат неверен и даже неоднозначен. Поэтому рекомендаций насчет 1/10 длины волны, встречающиеся в литературе, лучше не придерживаться и по возможности брать шаг по пространству не более 1/15 длины волны. При 1/10 длины волны уже хорошо заметны паразитные явления конечно-разностного алгоритма (частотная дисперсия скорости, дифракция на сетке Yee, цифровая анизотропия). Да и ошибка конечно-разностной аппроксимации достигает уже 7 %.

RLC-контур

Пример демонстрирует сосредоточенные элементы (кроме разрядников).

Данный пример содержит RLC цепь и резистивный источник напряжения. Источник сигнала - ступенька, т.е. это задача включения ЭДС в контур. Выводится ток в цепи, который можно сравнить с током, полученным точным решением (дифф. уравнения для цепи RLC) для напряжения ЭДС=1 В, R=20.00, L=1.0 мкГн, C=100 пФ. Файл точного решения прилагается.

Примечание: активное сопротивление цепи распределено между резистором (10 Ом) и резистивным источником напряжения (10 Ом).

Примечание: в данном примере два сосредоточенных элемента засунуты в одну ячейку (это источник и индуктивность). Редактор объекта этого не позволяет. Фокус в том, что индуктивность была установлена ячейкой ниже (по оси Y), а потом в таблице сосредоточенных элементов координата для индуктивности Y была увеличена на 1. Это можно делать, потому что индуктивность и источник имеют разное направление и занимают разные векторы E в ячейке. Совмещать в одном векторе E два и более сосредоточенных элемента нельзя!

2. FIDELITY программа электромагнитного анализа во временной области FDTD

(http://www.ioso.ru/ipso/distance/Fidelity.htm)

В 1993 компания Zeland представила программу IE3D для электромагнитного моделирования и оптимизации. Реализуя метод момента (МОМ), имитатор IE3D имеет много хороших особенностей для моделирования планарных и объемных схем и антенн в слоистой диэлектрической среде. IE3D простой в использовании, точен и эффективен для моделировании различных структур типа микрополосковых цепей и антенн, цепей полосковой линий, компланарных волноводов и антенн, коаксиальных конструкций с однородным заполнением диэлектрика, перевернутыми - F антеннами, вибраторами и другими проводными антеннами, высокоскоростных линий передачи, высокоскоростных цифровых схем.
Однако, метод момента имеет некоторый свойственный ему недостаток в моделировании трехмерных диэлектрических структур, волноводных структур и структур с сильно неравномерным распределением напряженности электрического поля. По этой причине, компания Zeland в ноябре 1997 представила электромагнитный имитатор FIDELITY.

FIDELITY использует конечно-разностный метод решения уравнений Максвелла во временной области (FDTD – Finite Difference Time Domain), используемый в полноволновом электромагнитном моделяторе. В последние 10 лет много исследований было сфокусировано на разработке FDTD алгоритмов. По сравнению с алгоритмами моделирования в частотной области типа MOM и метода конечных элементов (FEM), FDTD имеет следующие характерные особенности:

1. FDTD простой в программной реализации. Его основной принцип состоит в использовании метода конечных разностей, чтобы записать производные в уравнениях Максвелла. Используя Yee-алгоритм, решается систем уравнений Максвелла в форме алгебраических уравнений, объединяя электрическое поле и магнитное поле вместе.

2. Окончательные алгебраические уравнения для FDTD записываются во временной форме. FDTD не создает большие матричные уравнения, которые присущи методам MOM и FEM. Требования RAM к FDTD пропорциональны N, по сравнению с N … N^2 для FEM и N^2 для MOM. Затраты по времени FDTD также пропорциональны N, по сравнению с N^2 для FEM и N^2 … N^3 для MOM. Хотя основные вычислительные требования для FDTD - обычно намного выше, чем для MOM при моделирования маленьких и средних структур, FDTD может требовать намного меньшие вычислительные ресурсы, чем MOM, для больших структур. С другой стороны, FDTD обычно требуют меньше вычислительных ресурсов, по сравнению с FEM для сильно изогнутых структур.

3. Моделирование FDTD дает обычно широкополосный результат. Одно единственное моделирование может выдавать широкополосную частотную характеристику. MOM и FEM обычно требуют широкой частотной полосы для полного анализа .

4. FDTD имитаторы могут обрабатывать сложный диэлектрик, структурируя его намного проще, чем MOM и FEM.

3. МЕТОД КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ – FDTD

(http://kepstr.eltech.ru/fdtd_2.htm)

Метод конечных разностей во временной области (FDTD - Finite-Difference Time-Domain) в настоящее время является одним из популярнейших методов численного решения электродинамических задач. Метод FDTD был предложен около 30 лет тому назад, но настоящее признание получил в последнее десятилетие, когда количество публикаций по его применению и развитию стало экспоненциально нарастать. На сегодняшний день существуют тысячи работ, относящихся к различным аспектам метода FDTD, им посвящены подробные обзоры и созданы специализированные библиографические базы данных, вышли монографии. К сожалению, практически отсутствуют публикации отечественных авторов по этой тематике, что, вероятно, можно объяснить малой доступностью высокопроизводительных ЭВМ, необходимых для полномасштабной реализации метода FDTD. Эта же причина долгое время сдерживала развитие метода и в мире - с появления первой работы в 1966 году по начало восьмидесятых годов публикации исчислялись единицами, но по мере снижения стоимости вычислительных ресурсов интерес к методу возрос.

Метод FDTD универсален - он может быть с успехом применен практически во всех задачах электродинамики, требующих численного решения. Это и внутренние задачи, включая анализ волноведущих и резонансных структур сложной формы с неоднородностями, волноводных и микрополосковых, и моделирование излучающих структур, антенн, и анализ активных приборов СВЧ, и многое другое. Особенно эффективно применение метода FDTD в тех задачах, в которых пасуют традиционные подходы, в частности - где важна возможность анализа нестационарных процессов.

Частотные характеристики исследуемого объекта могут быть получены с помощью дискретного преобразования Фурье или - условно, при не очень высокой добротности - путем задания квази-гармонического источника и выполнения расчетов до выхода на установившийся режим. Кроме простоты постановки, метод FDTD обладает несомненными преимуществами в плане моделирования электродинамических объектов с неоднородными, анизотропными и нелинейными средами с произвольными формами границ.

В своей классической постановке метод FDTD основан на простой и элегантной дискретизации уравнений Максвелла, записанных в дифференциальной пространственно-временной формулировке. Сетки для электрического и магнитного полей смещены по отношению друг к другу во времени и пространстве на половину шага дискретизации по каждой из переменных. Конечно-разностные уравнения позволяют определить электрическое и магнитное поля в данный момент времени на основании известных значений полей в предыдущий момент времени, и при заданных начальных условиях вычислительная процедура разворачивает решение во времени от начала отсчета с заданным шагом.

Определенную сложность представляет учет искусственных граничных условий (ABC - absorbing boundary condition) при переходе от анализируемой области к свободному пространству. Обычно ABC вводятся приближенно - либо на основе конечно-разностных формул, связывающих поля на границе анализируемой области, либо путем введения в модель слоев поглощающих материалов, в том числе и с границами специальной формы. Во всех таких случаях за счет принципиального отличия локально поставленных граничных условий от строгих, которые должны быть необходимо нелокальными, появляется погрешность, которую принято характеризовать коэффициентом отражения от границы между анализируемой областью и свободным пространством. Множество работ посвящено улучшению формулировок ABC и анализу возникающих погрешностей.

Простейшая постановка метода FDTD предполагает использование эквидистантной ортогональной сетки, но существует возможность повышения эффективности метода за счет применения неэквидистантных и/или неортогональных сеток.

Оборотной стороной эффективности и универсальности метода FDTD является потребность в весьма значительных вычислительных ресурсах. Представляющие практический интерес задачи могут быть эффективно решены лишь на больших ЭВМ с объемом ОЗУ в десятки-сотни мегабайт и высокопроизводительными центральными процессорами. Желательно использование многопроцессорных параллельных вычислительных систем. Однако в упрощенной постановке - например, при выборе не слишком большого количества дискретов или снижении размерности задач - возможна реализация алгоритма и решение практических задач за приемлемое время и на производительных ПЭВМ.

Ряд интереснейших научных проблем может быть поставлен и решен на пути усовершенствования метода. Особо важна гибридизация метода FDTD и других, например, метода моментов. В результате выполнения проекта предполагается создание методологической и научно-технической основы для разработки математических моделей и методов проектирования радиотехнических систем электрофизических комплексов, разработка и практическое применение программных комплексов электродинамического моделирования микроволновых систем и антенн методом конечных разностей во временной области.

Особо выигрышным является использование метода FDTD при исследовании нестационарных процессов - например, электромагнитного поля антенн при возбуждении их короткими импульсами.

В работе представлены описание примененного алгоритма, постановка задачи и результаты моделирования нестационарного электромагнитного поля вибратора, возбуждаемого гауссовым видеоимпульсом, методом FDTD. Произведена оценка необходимых ресурсов ЭВМ. Разработаны программные средства постпроцессорной обработки результатов - визуализация полей, расчет частотных характеристик.