

Цифровая фильтрация. Анализ и проектирование БИХ-фильтров

Цель работы: научиться самостоятельно выполнять расчет БИХ-фильтров по аналоговому прототипу методом импульсной инвариантности и методом билинейного преобразования, анализировать их характеристики и реализовывать фильтрацию сигналов системе MATLAB.

1. Расчет БИХ-фильтров по аналоговому прототипу в MATLAB

Методика расчета БИХ-фильтра по аналоговому прототипу включает три этапа. Сначала рассчитывается нормированный аналоговый ФНЧ (с частотой среза равной 1), который затем преобразуется в нужный аналоговый фильтр (таблица 7.1) и, наконец, выполняется преобразование в цифровую область (дискретизация фильтра) с использованием методов импульсной инвариантности либо билинейного преобразования.

В пакете Signal Processing есть набор функций, позволяющий реализовать последовательно эти три этапа расчета, либо выполнить их одновременно за один шаг (для метода билинейного преобразования). Есть также набор функций, объединяющих в один шаг двухэтапную процедуру расчета желаемого аналогового прототипа. Наконец, для одношаговых функций расчета дискретных и аналоговых фильтров необходим расчет минимального порядка фильтра, для которого выполняются заданные требования, и частот среза, что также осуществляется соответствующим набором функций.

Для расчета нормированного аналогового ФНЧ используются функции:

- `butterap` - аппроксимация Баттерворта;
- `cheb1ap` - аппроксимация Чебышева типа 1;
- `cheb2ap` - аппроксимация Чебышева типа 2;
- `ellipap` - эллиптическая аппроксимация.

Для преобразования нормированного аналогового ФНЧ в желаемый аналоговый фильтр (в соответствии с таблицей 1) используются функции:

- `lp2bp` - преобразование ФНЧ в фильтр полосно-пропускающий;
- `lp2bs` - преобразование ФНЧ в фильтр полосно-задерживающий;
- `lp2hp` - преобразование ФНЧ в фильтр верхних частот;
- `lp2lp` - преобразование ФНЧ в фильтр нижних частот с заданной частотой среза;

Для преобразования аналогового прототипа в соответствующий цифровой (дискретизация фильтра) используются функции:

- `impinvar` – преобразование по методу импульсной инвариантности;
- `bilinear` - билинейное преобразование.

Для одношагового расчета дискретных фильтров стандартных типов ФНЧ, ФВЧ, ФПП, ФПЗ по аналоговым прототипам Баттерворта, Чебышева типа 1,

Чебышева типа 2 и эллиптического методом билинейного преобразования используются функции:

- `butter` - расчет фильтров Баттерворта;
- `cheby1` - расчет фильтров Чебышева типа 1;
- `cheby2` - расчет фильтров Чебышева типа 2;
- `ellip` - расчет эллиптических фильтров.

Последний набор функций позволяет за один шаг рассчитывать как дискретные, так и аналоговые фильтры. Признаком дискретного расчета служит отсутствие строки 's' в конце списка входных параметров. Для использования этих функций необходимо задание в качестве входных параметров порядка фильтра и частоты его среза. Выбрать минимально необходимый порядок фильтра и частоту его среза при заданных значениях затухания в полосах пропускания и задерживания позволяют следующие функции:

- `buttord` - расчет порядка фильтров Баттерворта;
- `cheb1ord` - расчет порядка фильтров Чебышева типа 1;
- `cheb2ord` - расчет порядка фильтров Чебышева типа 2;
- `ellipord` - расчет порядка эллиптических фильтров.

Необходимо иметь ввиду, что все функции расчета дискретных фильтров в этом пакете оперируют с частотами, *нормированными к частоте Найквиста (т.е. к половине частоты дискретизации)*, поэтому всегда используется частотный интервал $0 \leq f \leq 1$. При расчете аналоговых фильтров оперируют с частотами, задаваемыми в радианах в секунду.

Более подробные сведения об использовании функций расчета фильтров, упомянутых выше, представлены в [3] и справочной информации пакета Signal Processing.

2. Задания и методические указания по выполнению работы

Метод импульсной инвариантности

1. Рассчитайте методом импульсной инвариантности цифровой фильтр Баттерворта нижних частот с параметрами: граничная частота полосы пропускания $f_p = 10\text{Гц}$, граничная частота полосы задерживания $f_a = 15\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 100\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 1\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 15\text{дБ}$. Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и характеристику затухания рассчитанного фильтра.

2. Рассчитайте методом импульсной инвариантности цифровой полосовой фильтр Чебышева типа 1 с параметрами: граничные частоты полос задерживания и пропускания соответственно $f_{a1} = 10\text{Гц}$, $f_{p1} = 20\text{Гц}$, $f_{p2} = 30\text{Гц}$, $f_{a2} = 40\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 100\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 1\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 30\text{дБ}$.

Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и характеристику затухания рассчитанного фильтра.

Метод билинейного преобразования

Рассчитайте методом билинейного преобразования БИХ-фильтры, требования к которым сформулированы ниже, используя аппроксимации Баттерворта, Чебышева типа 1 и 2 и эллиптическую. Один из расчетов задания №3 по Вашему выбору выполните трехэтапной процедурой.

1. Фильтр нижних частот: граничные частоты полос пропускания и задерживания соответственно $f_p = 10\text{Гц}$, $f_a = 15\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 100\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 1\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 15\text{дБ}$.

2. Фильтр верхних частот: граничные частоты полос задерживания и пропускания соответственно $f_a = 1600\text{Гц}$, $f_p = 3200\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 10000\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 0,1\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 40\text{дБ}$.

3. Фильтр полосно-пропускающий: граничные частоты полос задерживания и пропускания соответственно $f_{a1} = 10\text{Гц}$, $f_{p1} = 20\text{Гц}$, $f_{p2} = 30\text{Гц}$, $f_{a2} = 40\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 100\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 1\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 30\text{дБ}$.

4. Фильтр полосно-задерживающий: граничные частоты полос пропускания и задерживания соответственно $f_{p1} = 100\text{Гц}$, $f_{a1} = 200\text{Гц}$, $f_{a2} = 400\text{Гц}$, $f_{p2} = 700\text{Гц}$, частота дискретизации $f_d = 3000\text{Гц}$, максимальное затухание в полосе пропускания $A_p = 0,3\text{дБ}$, минимальное затухание в полосе задерживания $A_a = 35\text{дБ}$.

Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и характеристики затухания рассчитанных фильтров. Используя функцию `tf2sos`, преобразуйте передаточные функции фильтров в каскадную форму, т.е. в последовательное включение блоков 2-го порядка. Сравните порядки и характеристики рассчитанных цифровых фильтров для различных видов аппроксимаций.

3. Требования к отчету

В отчет по работе включите тексты программ, реализующих задания, рисунки, отображающие их выполнение, и Ваш комментарий к ним с ответами на поставленные вопросы.