

## Цифровая фильтрация. Анализ и проектирование КИХ-фильтров

Цель работы: изучить основные свойства КИХ-фильтров, имеющих конечную длительность импульсной характеристики, научиться самостоятельно выполнять расчет КИХ-фильтров с линейной ФЧХ методом взвешивания (окна) и методами оптимизации, анализировать их характеристики и реализовывать фильтрацию сигналов системе MATLAB.

### 1. Задания и методические указания по выполнению работы

#### Расчет КИХ-фильтров с линейной ФЧХ по методу взвешивания (метод «окна»)

1. Предположим, что желаемый фильтр нижних частот задан своей идеальной частотной характеристикой

$$H(e^{j2\pi f}) = \begin{cases} e^{-j\pi f(N-1)}, & 0 \leq f \leq 0.25; \\ 0, & 0.25 < f \leq 0.5. \end{cases}$$

Вычисляя его импульсную характеристику аналитически, получим

$$h(n) = \frac{\sin(\pi(n - 0.5(N-1))/2)}{\pi(n - 0.5(N-1))}, -\infty \leq n \leq \infty$$

Используя прямоугольное окно в методе взвешивания с а)  $N=7$ , б)  $N=25$ , в)  $N=125$  отсчетами определите для физически реализуемого КИХ-фильтра значения его импульсной характеристики  $h(n)$ ,  $n=0, \dots, N-1$  по бесконечной импульсной характеристике идеального фильтра. Для этой цели Вы можете использовать MATLAB функцию `sinc` либо прямое выражение для  $h(n)$ , избегая неопределенности, связанной с делением на 0 при  $n = (N-1)/2$ .

Используя стандартную MATLAB программу `fft`, вычислите с соответствующим добавлением нулей к импульсной характеристике частотные характеристики фильтра для случаев а) - в). Сравните АЧХ синтезированных и идеального фильтров, отображая их графики на одном рисунке в частотном интервале  $f \in [0, 0.5]$ . Отметьте явление Гиббса на этих графиках. Отобразите графики ФЧХ и импульсных характеристик синтезированных фильтров.

2. Используя MATLAB функции `hann`, `hamming`, `kaiser` создайте окна Ханна, Хэмминга и Кайзера (с параметром  $\beta=5$ ) для случаев а) - в) задания №1. Используя стандартную MATLAB программу `fft`, вычислите с соответствующим добавлением нулей спектральные характеристики для каждой весовой функции (окна) и отобразите графики их АЧХ в частотном интервале  $f \in [0, 0.5]$ . Определите уровень наибольшего бокового лепестка спектров окон в децибелах относительно уровня главного лепестка и ширину главного лепестка для каждого из рассматриваемых окон.

3. Используйте созданные в задании №2 окна для нахождения импульсных характеристик КИХ-фильтров методом взвешивания по бесконечной импульсной характеристике идеального фильтра, заданного в задании №1 для случаев а) - в). Сравните АЧХ синтезированных и идеального фильтров, отображая их графики в частотном интервале  $f \in [0, 0.5]$ . Сравните АЧХ синтезированных фильтров с полученными в задании №1 для прямоугольного окна. Опишите в чем проявляется действие формы окна. Сохранился ли эффект Гиббса при использовании рассмотренных окон для расчета КИХ-фильтров нижних частот.

4. Создайте сигнал

$$s(n) = \begin{cases} \exp(j2\pi f_1 n) + 30 \exp(j2\pi f_2 n), & 0 \leq n \leq 999; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}$$

где  $f_1=0.1$  и  $f_2=0.3$ . Пропустите этот сигнал через два КИХ-фильтра нижних частот порядка  $N=125$ : 1) рассчитанный с использованием прямоугольного окна и 2) рассчитанный с использованием окна Хэмминга соответственно. Используйте MATLAB функцию `conv` для расчета требуемых выходных сигналов КИХ-фильтров. Устраните граничные эффекты удалением первых и последних 125 отсчетов из результирующих выходных последовательностей. Отобразите графики амплитудно-частотных спектров сигналов до и после фильтрации (для фильтров 1) и 2) соответственно) в частотном интервале  $f \in [-0.5, 0.5]$ . Используйте, если необходимо, процедуру добавления нулей в расчетах спектров алгоритмом БПФ. Заметили ли Вы преимущества фильтра нижних частот, рассчитанного с использованием окна Хэмминга?

5. Воспользуйтесь стандартной MATLAB функцией `fir1` для расчета методом окна КИХ-фильтра нижних частот с частотой среза  $f_c = 0.25$  и длиной импульсной характеристики  $N = 125$  с использованием прямоугольного окна и окна Хэмминга. Сравните рассчитанные импульсные характеристики с полученными в задании №1 для тех же окон и параметров фильтра. Постройте АЧХ и ФЧХ рассчитанного фильтра, используя для этой цели MATLAB функцию `freqz(b, 1)`. Сравните с результатами, полученными в задании №1.

6. Воспользуйтесь стандартной MATLAB функцией `fir1` для расчета методом окна КИХ-фильтров верхних частот с частотой среза  $f_c = 0.25$ , полосно-пропускающего с граничными частотами полосы пропускания  $f_1=0.2$  и  $f_2=0.35$  и полосно-задерживающего с граничными частотами полосы задерживания  $f_1=0.2$  и  $f_2=0.35$  при длине импульсных характеристик  $N = 125$  с использованием прямоугольного окна и окна Хэмминга. Отобразите графически рассчитанные импульсные характеристики фильтров. Постройте АЧХ и ФЧХ рассчитанных фильтров, используя для этой цели MATLAB функцию `freqz(b, 1)`.

Пропустите через соответствующие КИХ-фильтры сигнал, предложенный в задании №4, выбрав параметры (амплитуды и частоты) комплексных экспонент так, чтобы иллюстрировать подавление фильтром сильного сигнала и выделение слабого. Отобразите амплитудно-частотные спектры результатов соответствующей фильтрации сигнала в диапазоне частот  $f \in [-0.5, 0.5]$ .

### **Расчет оптимальных КИХ-фильтров с минимаксной ошибкой**

В MATLAB имеется три функции, реализующие данный метод и несколько различающиеся по своим возможностям. Две из них `remez` и `cremez` находятся в пакете `Signal Processing` а третья `gremez` - в пакете `Filter Design`. Кроме того, в пакете `Signal Processing` имеется функция `remezord`, предназначенная для оценки порядка фильтра, который при синтезе методом Ремеза будет удовлетворять заданным требованиям. Воспользуйтесь справочной информацией соответствующих пакетов об этих функциях для изучения возможностей их использования для расчетов КИХ-фильтров по заданиям, предлагаемым ниже, либо прочитайте стр.355-366 в [2].

1. Рассчитайте полосовой КИХ-фильтр с длиной симметричной импульсной характеристики  $N = 50$ , граничными частотами полос непропускания 0, 0.15 и 0.35, 0.5 граничными частотами полосы пропускания 0.2 и 0.3 и весовыми коэффициентами ошибок равными 10, 1 и 100 соответственно в полосах непропускания 1, пропускания и непропускания 2. Определите и сравните величины пульсаций (относительных ошибок аппроксимаций) в соответствующих полосах.

Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику рассчитанного фильтра, например, с помощью функций `freqz` и `stem`.

2. Рассчитайте режекторный КИХ-фильтр с длиной симметричной импульсной характеристики  $N = 31$ , граничными частотами полос пропускания 0, 0.1, 0.42, 0.5, граничными частотами полосы непропускания 0.15, 0.35 и весовыми коэффициентами ошибок равными 1, 50 соответственно в полосах пропускания и непропускания. Определите и сравните величины пульсаций (относительных ошибок аппроксимаций) в соответствующих полосах.

Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику рассчитанного фильтра.

3. Рассчитайте многополосный КИХ-фильтр с длиной симметричной импульсной характеристики  $N = 57$ , граничными частотами полос непропускания 0, 0.05, 0.18, 0.25, 0.4, 0.5 граничными частотами полос пропускания 0.1, 0.15, 0.3, 0.35 и весовыми коэффициентами ошибок равными 10, 1, 3, 1, 20 соответственно в полосах непропускания 1, пропускания 1, непропускания 2, пропускания 2, непропускания 3. Определите и сравните

величины пульсаций (относительных ошибок аппроксимаций) в соответствующих полосах.

Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику рассчитанного фильтра.

4. Рассчитайте дифференциатор с длиной антисимметричной импульсной характеристики  $N = 32$  и граничной частотой 0.5. Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику рассчитанного фильтра.

5. Рассчитайте преобразователь Гильберта с длиной антисимметричной импульсной характеристики  $N = 20$  и граничными частотами 0.05 и 0.5. Отобразите графически АЧХ, ФЧХ и импульсную характеристику рассчитанного фильтра.

Пропустите через соответствующие (по Вашему усмотрению) КИХ-фильтры сигнал, предложенный в задании №4 (Расчет КИХ-фильтров с линейной ФЧХ по методу взвешивания (метод «окна»)), выбрав параметры (амплитуды и частоты) комплексных экспонент так, чтобы иллюстрировать подавление фильтром сильного сигнала и выделение слабого либо выполнение операций дифференцирования и преобразования Гильберта (для одной комплексной экспоненты). Отобразите амплитудно-частотные спектры результатов соответствующей фильтрации сигнала в диапазоне частот  $f \in [-0.5, 0.5]$ .

## 2. Требования к отчету

В отчет по работе включите тексты программ, реализующих задания, рисунки, отображающие их выполнение, и Ваш комментарий к ним с ответами на поставленные вопросы.