Лабораторная работа №2

Дискретные линейные системы с постоянными параметрами и их описание во временной области

Цель работы: изучить основные свойства дискретных линейных систем с постоянными параметрами (ЛПП-систем), способы описания их во временной области, получить навыки вычисления линейной свертки и решения разностных уравнений в системе MATLAB.

1. Задания и методические указания по выполнению работы

1. Предположим, что ЛПП-система имеет импульсную характеристику

$$h(n) = \begin{cases} 0.02, & 0 \leq n \leq 49; \\ 0, & \text{при других } n \end{cases}$$

Является ли эта система устойчивой и физически реализуемой? Объясните почему?

Создайте входной сигнал

$$x(n) = 3 + \sin(0.4 \cdot n), \quad 0 \leq n \leq 299.$$

Вычислите и представьте графически выходной сигнал $y(n)$ этой системы, используя для этой цели стандартную функцию MATLAB `conv`, выполняющую операцию линейной свертки двух векторов ограниченной длины.

Сравните входной и выходной сигналы системы путем совместного их графического отображения и объясните, что произошло с сигналом после прохождения системы. Фильтром какого типа является данная система?

Измените порядок свертки последовательностей в системе и сравните выходные сигналы. Объясните результат сравнения.

Пропустите отдельно аддитивные компоненты $x_1(n) = 3, 0 \leq n \leq 299$ и $x_2(n) = \sin(0.4 \cdot n), 0 \leq n \leq 299$ входного сигнала через этот фильтр и проверьте справедливость для него принципа суперпозиции, отобразив графически сумму выходных сигналов $y_1(n)$ и $y_2(n)$ и сравнив ее с сигналом $y(n)$.

2. Создайте вектор сигнала

$$x(n) = \sin(0.01 \cdot n) + \xi(n), \quad 0 \leq n \leq 599,$$

где $\xi(n)$ - n -й элемент вектора белого гауссова шума. Получите шумовую часть этого сигнала, создав шумовой вектор как `x2=randn(600,1)`. Вычислите реакцию на этот сигнал ЛПП-системы, рассмотренной в предыдущем задании №1. Отобразите графически входной и выходной сигналы и объясните как изменяется сигнал при прохождении через систему.

3. Создайте последовательность

$$s(n) = 0.1, \quad 0 \leq n \leq 9$$

и сохраните ее как вектор `vec0`. Вычислите свертку `vec0` с самим собой и сохраните результат как `vec1`. Затем сверните последовательность `vec1` с `vec0` и сохраните результат как `vec2`. Вновь сверните последовательность `vec2` с `vec0` и сохраните результат как `vec3`. Наконец, сверните последовательность `vec3` с `vec0` и сохраните результат как `vec4`. Визуализируйте и сравните последовательности `vec0`, `vec1`, `vec2`, `vec3`, `vec4`, используя функцию `stem`. Что происходит с результирующей функцией на каждом промежуточном шаге?

4. Создайте векторы b и a , которые содержат коэффициенты при $x(n-k)$ и $y(n-k)$ соответственно в следующем разностном уравнении

$$y(n) - 0.8y(n-1) = x(n) + x(n-1).$$

Вычислите $y(n)$ для $n > 0$ аналитически, используя дополнительные условия, что $x(n) = d(n)$, $y(-1) = 0$. Далее создайте М-файл, вычисляющий последовательность $y(n)$ для $0 \leq n \leq 10$, и сравните результат этого вычисления с аналитическим расчетом.

Вычислите $y(n)$ для $n \geq 0$, пользуясь основной функцией, реализующей дискретную фильтрацию в MATLAB, с именем `filter`.

В простейшем виде эта функция имеет синтаксис:

```
y=filter(b,a,x);
```

где b - вектор коэффициентов при $x(n-k)$ (нерекурсивной части разностного уравнения), a - вектор коэффициентов при $y(n-k)$ (рекурсивной части разностного уравнения), x - входной сигнал. Возвращаемой величиной является вектор выходного сигнала фильтра, длина которого *равна* длине вектора входного сигнала.

Воспользуйтесь функцией `impz` для вычисления импульсной характеристики фильтра, описываемого разностным уравнением с коэффициентами a и b . В простейшем виде синтаксис вызова этой функции следующий:

```
h=impz(b,a);
```

Возвращаемое значение h - вектор отсчетов импульсной характеристики, число которых выбирается автоматически. Более подробную информацию можно найти в документации пакета `Signal Processing`.

Сравните результаты выполненных вычислений выходных сигналов фильтра.

5. Покажите, что КИХ-фильтр скользящего усреднения, импульсная характеристика которого $h(n)$ предложена в задании №1, может быть реализован как рекурсивный фильтр, удовлетворяющий разностному уравнению:

$$y(n) = y(n-1) + 0.02[x(n) - x(n-50)].$$

Пользуясь функцией MATLAB `impz` вычислите импульсную характеристику этого фильтра.

Используя функцию MATLAB `filter` вычислите и отобразите графически реакцию этого фильтра на сигнал $x(n) = \sin(0.01 \cdot n) + x(n)$, $0 \leq n \leq 599$,

предложенный в задании №2. Сравните график полученной реакции фильтра с графиком реакции фильтра, полученной в задании №2 с помощью функции MATLAB `conv`. Как Вы думаете, какая из реакций вычисляется быстрее (эффективнее) и почему?

б. Предположим, что аналоговый косинусоидальный сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ - сигнал) задан соотношением

$$s(t) = A \cos(2\pi F_0 t + \pi b \cdot t^2), t \in [t_0, t_1]$$

где $b = (F_1 - F_0)/(t_1 - t_0)$, амплитуда $A = 1$, начальная частота $F_0 = 10$ Гц, конечная частота $F_1 = 100$ Гц, $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ с.

Сформируйте вектор дискретного сигнала, соответствующий результату дискретизации этого сигнала с частотой дискретизации $F_d = 1000$ Гц.

Известно, что фильтр, согласованный с сигналом $s(t)$, имеет импульсную характеристику $h(t) = s(t_1 - t)$, и реализует на своем выходе максимальное отношение пикового значения сигнала к среднеквадратичному значению шума.

Создайте вектор импульсной характеристики дискретного фильтра, согласованного ЛЧМ-сигналом.

Вычислите выходной сигнал согласованного фильтра при подаче на вход ЛЧМ-сигнала, с которым согласован фильтр, пользуясь функцией `conv` и `filter`.

Визуализируйте результат фильтрации и объясните как изменяется сигнал при прохождении через систему.

Сформируйте вектор дискретного сигнала, образованного суммой ЛЧМ-сигнала и белого гауссова шума с нулевым средним и единичной дисперсией.

Пропустите суммарный сигнал через фильтр, согласованный с ЛЧМ-сигналом, и визуализируйте входной сигнал и результат его фильтрации.

Измените входное отношение сигнал/шум, уменьшив его в 5 раз в сравнении с первоначальным и повторите фильтрацию согласованным фильтром. Объясните результаты обработки сигналов согласованным фильтром.

2. Требования к отчету

В отчет по работе включите тексты программ, реализующих задания, рисунки, отображающие их выполнение, и Ваш комментарий к ним с ответами на поставленные вопросы.